

# Condiciones hidráulicas sobre medidas de centralidad en grafos para la evaluación de la resiliencia de redes de distribución de agua

Hydraulic conditions on graph centrality measures for assessing water distribution networks resilience

Manuel Herrera\*<sup>◊</sup>, Robert Wright\*\*, Edo Abraham\*\*\*, Joaquín Izquierdo\*\*\*\*, Rafael Pérez-García\*\*\*\*\*

## RESUMEN

La resiliencia hidráulica puede ser formulada como una medida de la capacidad de la red de distribución de agua para mantener un nivel de servicio mínimo bajo condiciones de fallo. Este artículo explora un modelo híbrido que une medidas de resiliencia hidráulica y de teoría de grafos. La propuesta es extender el concepto de *distancia geodésica* en las tuberías, teniendo en cuenta pérdidas de energía asociadas con el caudal. Nuevos algoritmos basados en caminatas aleatorias evalúan rutas hidráulicamente factibles e identifican diferentes niveles de resiliencia en nodos. Aquellos de menor valor en dicha evaluación son analizados en una segunda fase, considerando la disponibilidad y capacidad de sus rutas de abastecimiento. La criticidad de una tubería, medida a través de su impacto en la interrupción del suministro a los nodos de la red, también se analiza dentro de este novedoso marco con resultados fiables y computacionalmente eficientes.

## ABSTRACT

Hydraulic resilience can be formulated as a measure of the ability of a water distribution network to maintain a minimum level of service under operational and failure conditions. This paper explores a hybrid approach to bridge the gap between graph-theoretic and hydraulic measures of resilience. We extend the concept of geodesic distance of a pipeline by taking into account energy losses associated with flow. New random-walk algorithms evaluate hydraulically feasible routes and identify nodes with different levels of hydraulic resilience. The nodes with the lowest scores are further analysed by considering the availability and capacity of their supply routes. The criticality of one pipe, measured through its disruption impact on the supply to the water network nodes, is also analysed within this novel framework with reliable and computationally efficient results.

Recibido: 23 de octubre de 2015  
Aceptado: 31 de octubre de 2016

### Palabras clave:

Redes de distribución de agua; resiliencia en redes; teoría de grafos; redes complejas.

### Keywords:

Water distribution systems; network resilience; graph theory; complex networks.

### Cómo citar:

Herrera, M., Wright, R., Abraham, E., Izquierdo, J., & Pérez-García, R. (2016). Condiciones hidráulicas sobre medidas de centralidad en grafos para la evaluación de la resiliencia de redes de distribución de agua. *Acta Universitaria*, 26(NE-3), 82-90. doi: 10.15174/au.2016.1058

## INTRODUCCIÓN

La *resiliencia* puede entenderse como la capacidad de un sistema para mantener su nivel de rendimiento bajo alteraciones de su estado normal. Para estimarla, generalmente, se mide la capacidad de dicho sistema para hacer frente a escenarios adversos mediante la absorción de efectos no deseables sobre sus operaciones, adaptándose al nuevo entorno operativo (Laprie, 2005; Strigini, 2012). El análisis de la resiliencia de una red es cada vez más importante en diferentes aplicaciones, que van desde redes de transporte a sistemas informáticos y de comunicaciones (Meyer, 2009).

El concepto de *resiliencia* también se utiliza para medir la capacidad de los seres humanos y sistemas ecológicos de hacer frente a situaciones extremas, tales como traumas, estrés o desastres naturales (Atkinson, Martin & Rankin, 2009; Manyena, 2006).

\* Grupo EDEN, Departamento de Arquitectura e Ingeniería Civil, Universidad de Bath, Claverton Down, Bath BA2 7AY, Reino Unido. Email: amhf20@bath.ac.uk

\*\* Grupo InfraSense, Departamento de Ingeniería Civil y Medioambiente, South Kensington Campus - Imperial College London, London W7 2BU, Reino Unido. Email: robert.wright07@imperial.ac.uk; edo.abraham04@imperial.ac.uk

\*\*\* Faculty of Civil Engineering and Geosciences, TU Delft, Stevinweg 1, 2628 CN Delft, The Netherlands. Correo electrónico: e.abraham@tudelft.nl

\*\*\*\* Grupo Fluing, Instituto de Matemática Multidisciplinar (IMM), Universitat Politècnica de València, Camino de Vera s/n, Valencia 46022, España. Email: jizquier@upv.es

◊ Autor de correspondencia.

^ *In memoriam*: Rafael Pérez García

No hay una definición universalmente aceptada de resiliencia de una red de distribución de agua (WDN, por sus siglas en inglés). Un método usual se basa en el trabajo de Todini (2000), donde la resiliencia hidráulica se formula como una medida de la capacidad de la red de sobreponerse a condiciones de fallo en el abastecimiento. Todini (2000) propuso un índice de resiliencia basado en un análisis de flujo de la red en estado estacionario y la energía que queda disipada por las tuberías. Desde esta perspectiva, la resiliencia de una red de agua es una medida del excedente de energía disponible en el abastecimiento. Basándose en este índice, se encuentran varios trabajos recientes: es el caso de Raad, Sinske & Van Vuuren (2010), que estima medidas subrogadas del índice de Todini, centrándose en el diseño de la red; por otro lado, Di Nardo, Di Natale, Santonastaso, Tzatchkov & Alcocer-Yamanaka (2013), quienes incluyeron este índice en su metodología para sectorizar una WDN; mientras que Baños, Reca, Martínez, Gil & Márquez (2011) propusieron su extensión, considerando fallos de la red bajo una amplia variedad de escenarios de demanda.

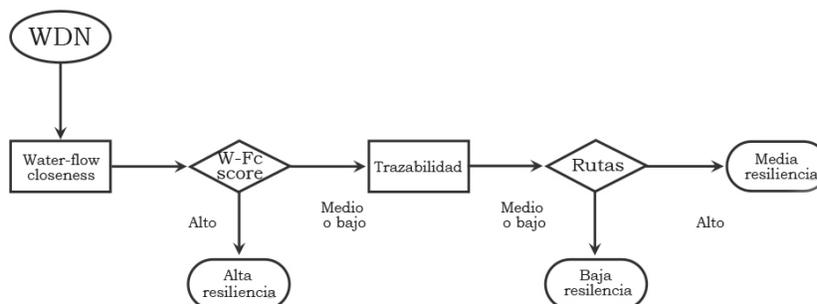
Otras aproximaciones las dieron Prasad & Park (2004), quienes adaptaron el índice de Todini incorporando efectos tanto de exceso de presión como de fiabilidad de la parte mallada de la red. Jayaram & Srinivasan (2008) extendieron este último trabajo considerando redes con múltiples puntos de abastecimiento. Por último, Wright, Stoianov, Parpas, Henderson & King (2014), quienes evaluaron la resiliencia de la red considerando topologías dinámicas y la cantidad de demanda satisfecha en caso de eventos no deseados.

La investigación sigue abierta en todas las anteriores aproximaciones a la resiliencia, dado que la combinación de posibles escenarios de fallo crece exponencialmente con el tamaño de la WDN (Berardi, Ugarelli, Røstum & Giustolisi, 2014). Además del número computacionalmente impracticable de simulaciones hidráulicas necesarias para proseguir estas líneas

de investigación, también se dan inconsistencias en la precisión de los modelos al tratar con escenarios que perturban el estado estacionario de la red (Gupta & Bhave, 1994). Trifunović (2012) explora propiedades hidráulicas de la red fundamentándose en análisis estadísticos de parámetros como presión o demanda, para proponer evaluar la resiliencia basándose en los resultados obtenidos, que de nuevo son válidos en condiciones regulares de distribución pero pueden no serlo en caso de trabajar en situaciones de fallo (Giustolisi, Kapelan & Savic, 2008). Como alternativa, ciertos índices basados en teoría de grafos han sido directamente relacionados con la evaluación de la resiliencia de la WDN (Yazdani, Otoo & Jeffrey, 2011).

Este artículo evalúa la resiliencia de WDN, considerando las pérdidas de carga asociadas al caudal como medidas de distancia entre dos puntos diferentes de la red. Esto permite identificar nodos que requieren disipar una gran cantidad de energía para su abastecimiento. Una nueva medida de proximidad central (cercanía en caudal de agua, [W-Fc]) es propuesta y desarrollada para cuantificar esta información. Además de las pérdidas de energía, algunos nodos también pueden tener una escasa conectividad a los puntos de abastecimiento. De esta manera, también calculamos la disponibilidad y la capacidad de las rutas de abastecimiento a estos nodos como un índice adicional.

El interés se centra especialmente en identificar nodos de demanda que tengan una baja evaluación en ambas medidas de resiliencia, detectando nodos con las mayores pérdidas de carga y que, al mismo tiempo, sean de baja conectividad topológica a sus puntos de abastecimiento. El algoritmo de K-caminos más cortos (KSP, por sus siglas en inglés) es adaptado al estudio de WDN para calcular dicha conectividad (Herrera, Abraham & Stoianov, 2016). La figura 1 resume este proceso combinado de evaluación/clasificación del nivel de resiliencia para los nodos de una red de agua.



**Figura 1.** Diagrama de flujo del proceso propuesto para identificar nodos de menor resiliencia en una red de distribución de agua. Fuente: Elaboración propia.

El resto del documento continua con el siguiente desarrollo: La sucesiva sección introduce paradigmas novedosos sobre teoría de grafos en la evaluación de la resiliencia en redes de agua. Se propone así un modelo híbrido de teoría de grafos, fundamentado en ecuaciones hidráulicas. Un estudio experimental es usado para validar el funcionamiento del proceso propuesto y da paso a una sección de conclusiones que cierra el artículo con un resumen de las nuevas propuestas.

### Marco gráfico-teórico para evaluar la resiliencia de una red de distribución de agua

En este artículo consideramos la abstracción de una WDN como un grafo,  $G = (V, E)$ , simple, no dirigido y conectado, donde el par  $G$  está compuesto por el conjunto de los nodos o vértices,  $V$ , y el de los arcos o conexiones entre nodos,  $E$ . Sin embargo, al calcular los valores resultantes del análisis de flujo en estado estacionario, el grafo pasa a considerarse dirigido. Los nodos de este grafo contienen características específicas: uniones, nodos de consumo y puntos de abastecimiento (tanques de almacenamiento y depósitos de agua), que tienen diferentes roles en la red que deben ser tomados en cuenta en los análisis. Los ejes del grafo son esenciales en la distribución de agua, representando tuberías, válvulas y estaciones de bombeo. Estos *links* tienen también propiedades físicas asociadas, indicando la resistencia o capacidad de distribuir agua de cada uno de ellos. Por ejemplo, el factor de fricción de Darcy-Weisbach,  $f$ , define una relación proporcional entre el gradiente (pérdida de carga) a lo largo de una tubería y la velocidad del fluido, pasando a través de ella, tal como indica la ecuación (1),

$$h_L = \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}, \quad (1)$$

donde  $h_L$  es la pérdida de carga,  $v$  velocidad,  $L$  es la longitud de la tubería,  $D$  su diámetro y  $g$  la aceleración de la gravedad. La ecuación semi-empírica de Darcy-Weisbach (1) relaciona la pérdida de presión debido a fuerzas de fricción a lo largo de la tubería, con la velocidad media del flujo. Reemplazando  $v$  en (1) por  $Q/A$ , donde el área de la sección transversal es definida como  $A = \pi D^2/4$ , la expresión puede ser reescrita en términos del caudal,  $q$ , en vez de usar la velocidad

$$h_L = r q^2. \quad (2)$$

El coeficiente  $r$ ,  $r = \frac{8fL}{\pi^2 g D^5}$  es la resistencia de la tubería.

Para cuantificar la resiliencia o explicar la importancia relativa de los nodos de demanda (Gutiérrez-Pérez,

Herrera, Pérez-García, & Ramos-Martínez, 2013), utilizamos las leyes de conservación física de las WDN. La primera de ellas considera que la demanda de agua está distribuida a lo largo de las tuberías; estas demandas se agrupan en las uniones del grafo y están definidas por  $d_i$  con  $i \in V$ . Para un nodo unión,  $i$ , la ecuación de conservación de masa puede ser escrita como:

$$\sum_{l \in J_{in}} q_l - \sum_{j \in J_{out}} q_j = d_i, \quad (3)$$

donde  $d_i$  es la demanda externa (extracción),  $J_{in}$  y  $J_{out}$  son los conjuntos de tuberías por donde llega y sale agua, respectivamente, del nodo  $i$ .

La segunda ecuación que debe tenerse en cuenta es la de conservación de la energía. A lo largo del camino entre los nodos  $A$  y  $B$ , unidos por una tubería, la conservación de energía se plantea como sigue:

$$H_A - H_B = \sum h_{L,j} = \sum \text{sign}(q_j) r_j q_j^2. \quad (4)$$

Donde  $H_A$  y  $H_B$  son la energía total de los nodos  $A$  y  $B$ ;  $h_{L,j}$ ,  $r_j$  y  $q_j$  son, respectivamente, la pérdida de carga, su coeficiente de pérdida asociado y el caudal en la tubería  $j$ . La ecuación (4) asume el uso de Darcy-Weisbach para calcular estas pérdidas, y  $\text{sign}(q_j)$  tiene en cuenta la dirección del flujo en la tubería para el cálculo de las presiones.

### Medidas de proximidad central basadas en el caudal del agua

La comúnmente aceptada expresión de proximidad central (o cercanía) se basa en la longitud de los caminos más cortos (5). De esta manera, un nodo tiene una mayor centralidad cuando esta medida de proximidad es menor calculada respecto de los demás nodos. La proximidad puede ser considerada una medida de la distancia que existe en el paso de un flujo específico a través de la red desde un nodo a todos los demás (Herrera, Abraham, Wright, Izquierdo & Pérez-García, 2015; Newman, 2005; Sabidussi, 1966).

$$c_C(v) = \frac{n_C}{\sum_{t \neq v} g(t,v)}, \quad (5)$$

donde  $g(t,v)$  denota la longitud del camino más corto entre los nodos  $v$  y  $t$ , y  $n_C = (n - 1)$  es una constante de normalización.

En este trabajo proponemos considerar la distancia entre dos puntos diferentes de una WDN como la energía disipada por el agua que fluye entre esos nodos, tal como muestra la ecuación (4). Además, se tiene en cuenta no solo el camino más corto, sino todos los ca-

minos posibles que conectan dichos puntos, ponderados como caminatas aleatorias con probabilidad de aparecer en el camino elegido por el caudal inversamente proporcional a la resistencia hidráulica encontrada en la distribución del agua. Las ecuaciones (6) y (7) expresan estas consideraciones, en la forma del índice propuesto, al que llamamos *cercanía en caudal de agua* (*water-flow closeness* en inglés, con acrónimo [W-Fc]):

$$c_{wc}(v) = \frac{n_C}{\sum_{t \neq v} \lambda(t, v)}. \quad (6)$$

En esta ecuación  $n_C = n - 1$  y  $\lambda(t, v)$  está relacionada con las pérdidas de carga según (7):

$$\lambda(t, v) = \min_{I(t, v)} \left\{ \sum_{j=1}^{mlv} \text{sign}(q_j) r_j q_j^2 \right\}, \quad (7)$$

donde  $I(t, v)$  representa el conjunto de todos los caminos conectando los nodos  $t$  y  $v$ ,  $mlv$  es el número de tuberías en  $I(t, v)$ .

## Medida gráfico-teórica de la conectividad a los puntos de abastecimiento

Una medida alternativa de resiliencia de los nodos de una WDN se basa en su conectividad y accesibilidad a los puntos de abastecimiento, calculando medidas sustitutivas de las pérdidas de energía asociadas a diferentes rutas de distribución del agua. Calculamos, por tanto, todas las rutas que conectan un nodo  $i$  a todos los tanques y depósitos de la red  $s_j(i)$ , para cuantificar así la capacidad o menor resistencia de abastecimiento de cada camino. Dado que el cálculo exhaustivo de todas las rutas es prohibitivo, desde un punto de vista computacional, nuestra propuesta se restringe al uso de los  $K$  caminos más cortos (KSP) (Eppstein, 1998) que atraviesan la red yendo del nodo  $i$  al punto de abastecimiento  $s_j(i)$ . Un número limitado de  $K$ , entre el 5% y el 10% del número de nodos de la red (Herrera *et al.*, 2016), es suficiente para encontrar una medida estable y estadísticamente robusta, que recoge la variabilidad y capacidad de abastecimiento para cada nodo. En el cálculo de este índice, cada ruta es ponderada por su resistencia dada por la fricción que la distribución de agua debe superar para llegar a ser distribuida: un camino más corto es aquel que tiene menor resistencia (o mayor capacidad) en el abastecimiento.

Consideramos las pérdidas de energía a lo largo de una tubería proporcionales a  $L/D^\alpha$ ; donde  $L$  es la longitud y  $D$  el diámetro de la tubería,  $\alpha = \{4, 5\}$ . Este ratio puede usarse para ponderar cada ruta en el cálculo de los caminos más cortos, proporcionando a la

medida de una cierta medida del gasto energético del abastecimiento, tal como expresa la ecuación (2). Así, obtenemos la expresión del índice en la ecuación (8):

$$I_{GT}(i) = \sum_{S=1}^S \frac{1}{K} \left\{ \sum_{m=1}^M \frac{1}{g(k, s)} \right\}, \quad (8)$$

donde  $S$  es el número total de puntos de abastecimiento de la red y  $g(k, s)$  es una medida sustitutiva de la pérdida de energía (dificultad de transmisión) asociada al  $k$ -ésimo camino al punto de abastecimiento  $s$ .

Dicha medida de pérdida de energía viene dada por la ecuación (9):

$$I_{GT}(i) = \frac{\sum_{m=1}^M L_m}{D_m^\alpha}, \quad (9)$$

donde  $M$  es el número de tuberías de la ruta  $k$ .

Para un nodo dado  $i$  y su correspondiente punto de abastecimiento  $s$ , los  $K$  menores valores de  $g(\cdot)$  están calculados por el algoritmo KSP. La ecuación (9) desarrolla una medida de resiliencia para el nodo  $i$ -ésimo, donde las  $K$  rutas más cortas a tanques y depósitos son ponderadas por la capacidad de cada una de ellas. El algoritmo KSP devuelve infinito si no encuentra un camino para el origen-destino objetivo. El índice  $I_{GT}$  tiene en cuenta tanto la calidad de los caminos de la distribución como el número de puntos de abastecimiento. En la siguiente sección estudiamos una combinación de estos dos índices, W-Fc e  $I_{GT}$ , usando dos redes de abastecimiento de características diferentes.

## Medidas de centralidad en links para el análisis de criticidad de tuberías

La expresión comúnmente usada de centralidad de los links o ejes en un grafo está basada en el número de caminos geodésicos desde todos los nodos que pasan por un link específico. Una alta centralidad del link está relacionada con una gran influencia en el trasiego de ítems a través de la red, siempre bajo la hipótesis de que la distribución de dichos ítems tiende a emplear los caminos más cortos (Girvan & Newman, 2002),

$$C_B(e) = \frac{1}{n_B} \times \frac{\sum_{s, t \in V} \sigma_s \sigma_t t(e)}{\sum_{s, t \in V} \sigma_s}, \quad (10)$$

donde  $\sigma_s$ ,  $t$  es el número de caminos más cortos de  $s$  a  $t$ ,  $\sigma_s$ ,  $t(e)$  denota el número de caminos más cortos de  $s$  a  $t$  pasando por  $e$ , y  $n_B = n(n-1)/2$  es una constante de normalización.

Si pensamos en los ejes de un grafo como tuberías de agua, la capacidad de un camino es el valor de la conexión uniendo dos nodos determinando la

máxima cantidad de caudal que puede ser distribuido entre ellos. Este valor mide la resistencia de dicha distribución de agua entre dos nodos, siendo inversamente proporcional al valor de  $r$  de la ecuación (2), que expresa la resistencia al abastecimiento para una pérdida de carga dada  $\Delta h$ . Como podemos deducir a través del caso sencillo de la ecuación (4).

Definimos el índice que llamaremos *intermediación de las tuberías* (o bien, *water-flow edge betweenness* [W-Feb]) de una tubería específica, por la capacidad asociada a las diferentes rutas, pasando a través de ella,  $r^{-1}$ , ponderada por el caudal de agua atravesando por sus correspondientes tuberías. Los caminos más probables para el paso del agua son ahora aquellos cuyas tuberías tienen la mayor capacidad de abastecimiento y mayores caudales calculados. Entonces, una sencilla caminata aleatoria desde la fuente  $s$  hasta el nodo de consumo  $t$ , siguiendo  $v$  puede ser entonces considerado una versión del más clásico *edge betweenness* (intermediación de los ejes), pero usando una caminata aleatoria siguiendo estas probabilidades, en vez de usar únicamente los caminos más cortos. La expresión de W-Feb está definida por (11).

$$C_{WB}(e) = \frac{1}{n_B} \times \sum_{s,t \in V} |r_{st}^{-1} q_{st}(e)|, \quad (11)$$

donde  $n_B = n(n-1)$  es una constante de normalización y  $q_{st}$  es el agua, pasando por tuberías desde el nodo  $s$  hasta  $t$ ;  $q_{st}(e)$  es similar a  $q_{st}$  pero distribuyendo el agua necesariamente a través de la tubería  $e$ .

Definimos el rendimiento de una tubería por la ecuación  $\tau(e) = |r^{-1} q(e)|$  como el equivalente a la distancia geodésica en la medida usual de intermediación en los ejes. W-Feb capturará automáticamente tuberías pertenecientes a las líneas principales de distribución junto con aquellos enlaces clave para el abastecimiento por sus características físicas y topológicas. Podemos igualmente obtener la expresión para los nodos de la red tomando  $\tau(e) = \frac{1}{2} (|d(v)| + \sum \tau(e))$ , que define W-Feb (con  $d(v)$  la medida del caudal inyectado en la red de distribución que llega al nodo  $v$ ).

## Estudio experimental

El estudio experimental muestra el funcionamiento del proceso propuesto para identificar nodos de baja resiliencia. Para ello, empleamos dos WDN de diferente tamaño y topología. El primero es el conocido ejemplo de C-Town (Ostfeld *et al.*, 2012) de estructura marcadamente arbórea y con un solo depósito de agua. El segundo está basado en la red de distribución de Wolf-Cordera,

en Colorado Springs (USA), red que fue introducida inicialmente por Lippai (2005). La topología de este segundo caso es diferente a la anterior respecto de su tamaño, nivel de mallado y número de depósitos de agua.

## Red de C-Tow

En la validación del nuevo método presentado para el análisis de la resiliencia en redes de agua usamos C-Town en primer lugar. Esta red consiste en 333 nodos, 429 tuberías, cuatro válvulas, cinco estaciones de bombeo, siete tanques de almacenamiento elevados y un depósito que suministra agua a toda la red. En la figura 2 se marca en color naranja y rojo, respectivamente, los *links* de medio y alto valor del índice de intermediación de tuberías, W-Feb. Además, muestra dos áreas donde los nodos de bajo W-Fc están localizados de manera predominante: norte del plano (área A2) y cerca del depósito (área A1).

- Área A1: esta zona depende del depósito, y cualquier tanque o punto de abastecimiento auxiliar no puede alcanzar fácilmente a estos nodos.
- Área A2: esta zona está débilmente conectada con el resto del sistema, y su abastecimiento se interrumpe en caso de corte en muchas de las partes de la red.

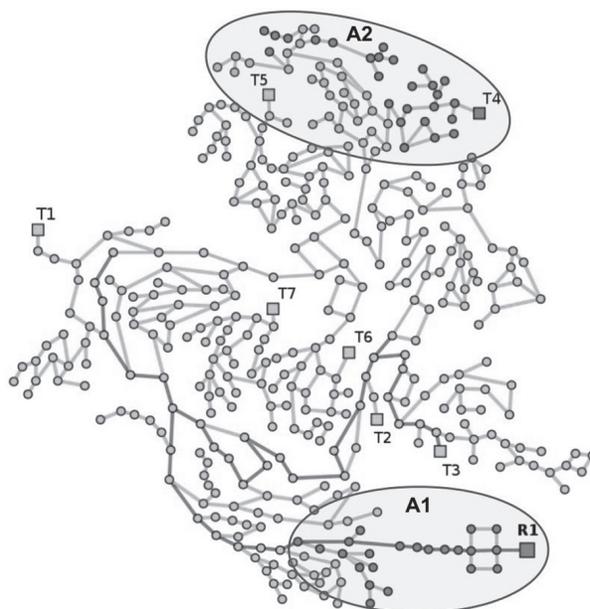


Figura 2. Disposición de la red de C-Town con nodos de índice W-Fc medio y bajo, marcados en naranja y rojo, respectivamente. Fuente: Elaboración propia.

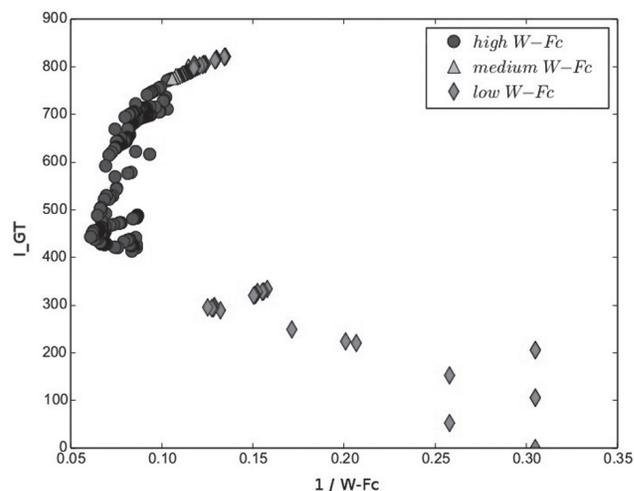
Usamos análisis de *links* críticos (CLA, por sus siglas en inglés), basado en la simulación de fallos mediante un proceso de percolación (eliminación aleatoria de tuberías), para continuar con simulaciones hidráulicas y obtener información sobre los nodos más afectados en forma de niveles de presión insuficientes. Los resultados de CLA indican que el 90% de nodos más frecuentemente afectados por presiones bajas han sido clasificados con un W-Fc medio o bajo, validando así la medida propuesta.

En la figura 3 hacemos la gráfica de los índices W-Fc e  $I_{GT}$  en diferentes ejes, añadiendo así la perspectiva de un análisis de conectividad al resultado previo en términos de proximidad (o cercanía). De esta forma, aumentamos la precisión en el conocimiento de los nodos de menor resiliencia de la red. La figura 3 muestra en rojo todos los nodos de bajo W-Fc, que están dispuestos en zonas determinadas de la red A1 y A2. Pese a que las pérdidas de energía asociadas con las rutas en ambas áreas tienen un similar nivel de baja centralidad, pues las dos áreas están localizadas en la periferia de la WDN, las pérdidas asociadas con sus rutas a los puntos de abastecimiento pueden no ser las mismas. Esto se demuestra claramente en la figura 3, donde los nodos de bajo W-Fc en A1 tienen una alta conectividad (estos nodos se pueden observar representados en la parte superior de la gráfica de la figura 3, con tendencia a estar a la derecha). Esto ocurre porque estos nodos están cerca del depósito, R1, único punto de abastecimiento de agua de la red.

Por otro lado, los puntos que también tienen bajo W-Fc en A2 (se sitúan abajo y extremados a la derecha en la figura 3) muestran unos mínimos en su conectividad a R1 expresados por su también bajo  $I_{GT}$ . Estos nodos son clasificados como de menor resiliencia de toda la red, dependiendo esta, finalmente, de los niveles tanto de fiabilidad como de llenado de los tanques cercanos al área A2.

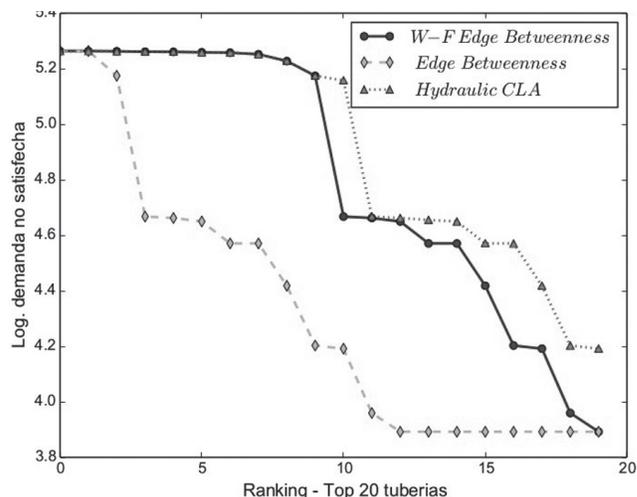
La comparación de los resultados de un CLA completo y la percolación, solo llevada a cabo en las tuberías más importantes de C-Town según W-Fc y su versión (sin adaptar) únicamente basada en teoría de grafos, se presenta en la figura 4. Esta figura enfrenta las tuberías clasificadas en *ranking* como más importantes, según diferentes métodos contra el efecto medido en el logaritmo de la cantidad de demanda no satisfecha tras su percolación de la red. Entendemos que no se satisface la demanda en un punto de consumo cuando las presiones en el mismo son menores que un cierto límite (en este caso se ha tomado

como mínima presión 15 m de columna de agua). Por otro lado, W-Fc mejora claramente la ordenación de tuberías obtenida a través del uso únicamente del cálculo correspondiente de la medida de intermediación de los ejes, basada exclusivamente en teoría de grafos sin ningún proceso de adaptación hidráulico.



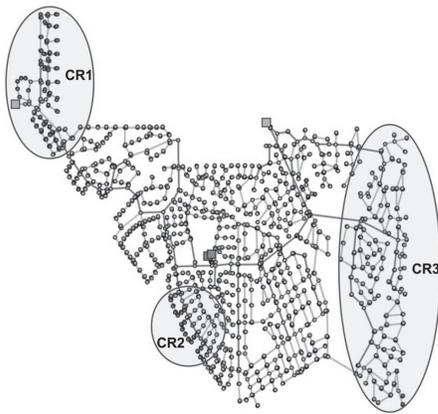
**Figura 3.** Comparación de los índices W-Fc vs.  $I_{GT}$  para todos los nodos de la red. Los valores de W-Fc decrecen hacia el lado derecho del eje de abscisas. Las tuberías de medio y alto valor del índice de intermediación, W-Fc, también se encuentran marcadas en colores naranja y rojo, respectivamente.

Fuente: Elaboración propia.



**Figura 4.** Comparación W-Fc vs. CLA en C-Town para la evaluación de la captura del efecto de propagación de fallos en tuberías al abastecimiento de toda la red.

Fuente: Elaboración propia.



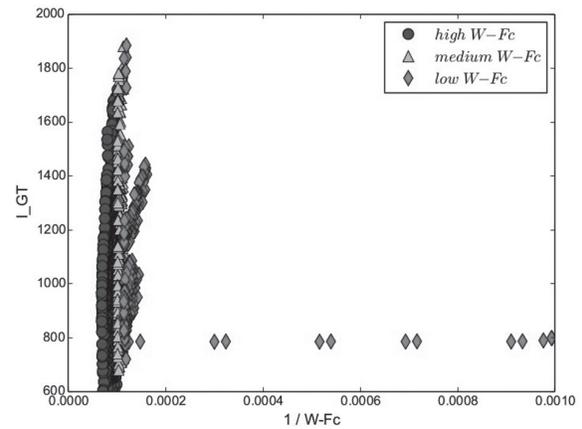
**Figura 5.** Disposición de la red de Wolf-Cordera con nodos de índice W-Fc medio y bajo, marcados en naranja y rojo, respectivamente. Las tuberías de medio y alto valor del índice de intermediación, W-Feb, también se encuentran marcadas en colores naranja y rojo, respectivamente.  
Fuente: Elaboración propia.

### Red del rancho de Wolf-Cordera

La red de este caso estudio es un ejemplo del sistema de distribución real del rancho de Wolf-Cordera. Cuenta con 1786 nodos de demanda, 1995 tuberías, cuatro válvulas reguladoras de presión, seis estaciones de bombeo y cuatro depósitos de agua. En la figura 5 se marca en color naranja y rojo, respectivamente, los *links* de medio y alto valor del índice de intermediación de tuberías, W-Feb. Además, muestra tres áreas donde se encuentran, de manera predominante, los nodos de bajo W-Fc: noreste del plano (área CR1), sur (área CR2) y oeste (área CR3).

El análisis de *links* críticos esta vez se realiza mediante la percolación de tuberías pertenecientes a pequeñas zonas colindantes, simulando así fallos en la distribución en más de una tubería cada vez (máximo en un 1% del total de tuberías). Los resultados de CLA indican que más del 80% de nodos más frecuentemente afectados por presiones bajas han sido clasificados con un W-Fc medio o bajo, de nuevo validando la medida propuesta.

En la figura 6 hacemos la gráfica de los índices W-Fc e  $I_{GT}$  en diferentes ejes, añadiendo así la perspectiva de un análisis de conectividad al resultado previo en términos de proximidad (o cercanía). Esta es una red más mallada que la del caso anterior, y cuenta con un mayor número de puntos de abastecimiento, por lo que la aportación del índice  $I_{GT}$  es menos significativa que la que recoge W-Fc.

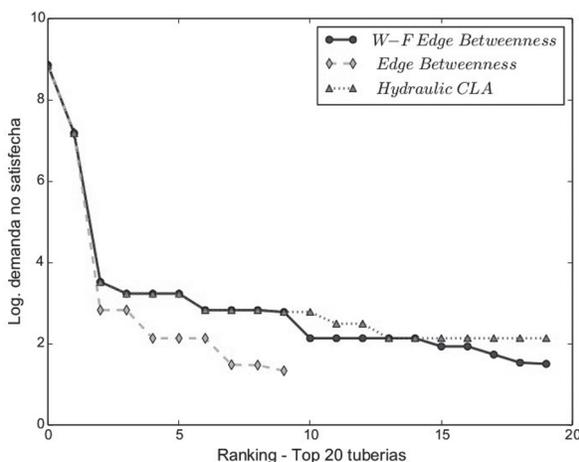


**Figura 6.** Comparación de los índices W-Fc vs.  $I_{GT}$  para todos los nodos de la red. Los valores de W-Fc decrecen hacia el lado derecho del eje de abscisas.  
Fuente: Elaboración propia.

Con el índice de centralidad vemos cómo existe una discriminación de un grupo de media y baja resiliencia, que corresponde a las zonas marcadas en CR1, CR2 y CR3 de la figura 5. Destaca la existencia de un grupo de puntos de baja resiliencia tanto desde el punto de vista de W-Fc como teniendo en cuenta  $I_{GT}$ . Son los puntos situados en la parte baja de la figura 6, cuyo rango toma valores similares al resto, pero también claramente alejados, con un  $I_{GT}$  muy bajo que apenas varía. Estos puntos corresponden a puntos de la zona CR1, pobres en su capacidad de conexión con el resto de la red de distribución y alejados del resto de la red, en el sentido de que su abastecimiento incurre en grandes pérdidas de energía.

La comparación de los resultados de un CLA completo y la percolación solo llevada a cabo en las tuberías más importantes de Wolf-Cordera, según W-Feb y su versión (sin adaptar) únicamente basada en teoría de grafos se presenta en la figura 7.

Esta figura enfrenta las tuberías clasificadas en *ranking* como más importantes, según diferentes métodos contra el efecto medido en el logaritmo de la cantidad de demanda no satisfecha tras su percolación de la red. En este caso únicamente se representan los 10 primeros valores asociados a demanda no satisfecha, según la medida de teoría de grafos directamente aplicada. Esto es debido a la presencia de una oscilación en los valores asociados a las siguientes tuberías más importantes según esta medida, que refleja muy rápido esta señal de inconsistencia debido a su independencia respecto de las condiciones hidráulicas de la red.



**Figura 7.** Comparación W-Feb vs. CLA en Wolf-Cordera para la evaluación de la captura del efecto de propagación de fallos en tuberías al abastecimiento de toda la red.

Fuente: Elaboración propia.

## CONCLUSIONES

Este artículo introduce una novedosa metodología para evaluar la resiliencia de las redes de agua. El método se basa en la adaptación de conceptos de teoría de grafos a una WDN, teniendo en cuenta todas las rutas posibles para el caudal junto con información hidráulica. Las medidas presentadas en este trabajo van más allá del típico uso de índices de teoría de grafos que se ha realizado hasta ahora en aplicaciones respecto del abastecimiento de agua (principalmente basados en el camino más corto geodésico). En este caso, el objetivo es proveer a la gestión del abastecimiento de la red de evaluaciones basadas en medidas lo más ajustadas posibles a la realidad, aproximándonos a una estimación precisa de la resiliencia.

El índice de cercanía en caudal de agua, W-Fc, complementa los análisis de centralidad, sugiriendo áreas de nodos con baja resiliencia. Nuestros cálculos se han basado en caminatas aleatorias sobre esta medida de proximidad, usando pérdidas de carga hidráulica para ponderar las distancias asociadas a los *links* del grafo. Esta medida se ha mostrado eficiente y fiable para la evaluación de la resiliencia de la red, dado que solo necesita resolver en una sola ocasión las ecuaciones de flujo estacionario y no sufre de la “maldición de la dimensionalidad”, pues no necesita simular combinaciones de fallos, siendo así un índice escalable para redes grandes.

Los KSP ponderados, desde cualquier nodo de demanda a sus puntos de abastecimiento, es el fundamento del índice  $I_{GT}$ , que explica la abundancia y capacidad de

las rutas de abastecimiento existentes para cada nodo. Los  $K$  caminos más cortos están ponderados por cantidades asociadas a pérdidas de energía de dichas rutas de transporte de agua, recogiendo así información de la naturaleza del flujo a través de la red. La mayor diferencia con el clásico uso de camino más corto sencillo es que usar  $K$  rutas diferentes ofrece robustez estadística a nuestros análisis, además de considerar que el agua puede distribuirse por rutas alternativas a únicamente aquellas que pertenecen a su camino más corto.

Las dos medidas proveen perspectivas complementarias sobre la fiabilidad del abastecimiento en los nodos de WDN. Estas medidas pueden ayudar a las compañías de agua a identificar áreas de baja resiliencia, y así priorizar las operaciones y planes de gestión necesarios para la mejora de la fiabilidad del abastecimiento (planes de mantenimiento y rehabilitación o localización de válvulas de control).

Una última propuesta analizada es respecto del análisis de las tuberías más sensibles debidas a su localización y función dentro de la configuración del sistema de distribución. Estos análisis se basan en la evaluación de la importancia de la aparición de fugas o roturas en tuberías críticas y cómo influyen en diferentes partes de la red. La intermediación de las tuberías, W-Feb, es una medida computacionalmente eficiente y fiable en la evaluación de dicha criticidad. En general, la nueva propuesta de marco gráfico teórico, adaptado a las condiciones hidráulicas del abastecimiento de la red, se ha mostrado capaz de analizar esta criticidad junto con la resiliencia de la red de distribución, con el único requerimiento de hacer una sola simulación hidráulica en condiciones de flujo estacionario.

## REFERENCIAS

- Atkinson, P., Martin, C. R., & Rankin, J. (2009). Resilience revisited. *Journal of Psychiatric and Mental Health Nursing*, 16(2), 137-145.
- Baños, R., Reca, J., Martínez, J., Gil, C., & Márquez, A. L. (2011). Resilience indexes for water distribution network design: a performance analysis under demand uncertainty. *Water Resources Management*, 25(10), 2351-2366.
- Berardi, L., Ugarelli, R., Røstum, J., & Giustolisi, O. (2014). Assessing mechanical vulnerability in water distribution networks under multiple failures. *Water Resources Research*, 50(3), 2586-2599.
- Di Nardo, A., Di Natale, M., Santonastaso, G. F., Tzatchkov, V. G., & Alcocer-Yamanaka, V. H. (2013). Water network sectorization based on a genetic algorithm and minimum dissipated power paths. *Water Science & Technology: Water Supply*, 13(4), 951-957.
- Eppstein, D. (1998). Finding the  $k$  shortest paths. *SIAM Journal on computing*, 28(2), 652-673.

- Girvan, M., & Newman, M. E. J. (2002). Community structure in social and biological networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(12), 7821-7826.
- Giustolisi, O., Kapelan, Z., & Savic, D. (2008). Algorithm for automatic detection of topological changes in water distribution networks. *Journal of Hydraulic Engineering*, 134(4), 435-446.
- Gupta, R., & Bhawe, P. R. (1994). Reliability analysis of water-distribution systems. *Journal of Environmental Engineering*, 120(2), 447-461.
- Gutiérrez-Pérez, J., Herrera, M., Pérez-García, R., & Ramos-Martínez, E. (2013). Application of graph-spectral methods in the vulnerability assessment of water supply networks. *Mathematical and Computer Modelling*, 57(7-8), 1853-1859.
- Herrera, M., Abraham, E., & Stojanov, I. (2016). A graph-theoretic framework for assessing the resilience of sectorised water distribution networks. *Water Resources Management*, 30(5), 1685-1699.
- Herrera, M., Abraham, E., Wright, R., Izquierdo, J., & Pérez-García, R., (Septiembre, 2015). Medidas híbridadas para el análisis de la resiliencia de redes de distribución de agua. In *SEREA 2015: XIV Seminario Iberoamericano de Redes de Agua y Drenaje*.
- Jayaram, N., & Srinivasan, K. (2008). Performance-based optimal design and rehabilitation of water distribution networks using life cycle costing. *Water Resources Research*, 44(1), 1-15.
- Laprie, J. C. (Julio, 2005). Resilience for the scalability of dependability. In *Network Computing and Applications, fourth IEEE international symposium on* (pp. 5-6).
- Lippai, I. (2005). Colorado springs utilities case study: Water system calibration/ optimization. In *Pipelines 2005: Optimizing Pipeline Design, Operations, and Maintenance in Today's Economy* (pp. 1047-1057).
- Manyena, S. B. (2006). The concept of resilience revisited. *Disasters*, 30(4), 434-450.
- Meyer, J. F. (September, 2009). *Defining and evaluating resilience: A performance perspective*. In *Proceedings of the International Workshop on Performance Modeling of Computer and Communication Systems (PMCCS)*, Vol. 1, (pp. 561-566).
- Newman, M. J. (2005). A measure of betweenness centrality based on random walks. *Social Networks*, 27(1), 39-54.
- Ostfeld, A., Salomons, E., Ormsbee, L., Uber, J. G., Bros, C. M., Kalungi, P., Burd, R., Zazula-Coetzee, B., Belrain, T., Kang, D., Lansey, K., Shen, H., McBean, E., Wu, Z. Y., Walski, T., Alvisi, S., Franchini, M., Johnson, J. P., Ghimire, S. R., Barkdoll, B. D., Koppel, T., Vassiljev, A., Kim, J. H., Chung, G., Yoo, D. G., Diao, K., Zhou, Y., Li, J., Liu, Z., Chang, K., Gao, J., Qu, S., Yuan, Y., Prasad, T. D., Laucelli, D., Lyroudia, L. S. V., Kapelan, Z., Savic, D., Berardi, L., Barbaro, G., Giustolisi, O., Asadzadeh, M., Tolson, B. A., & McKillop R. (2011). Battle of the water calibration networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 138(5), 523-532.
- Prasad, T. D., & Park, N. S. (2004). Multiobjective genetic algorithms for design of water distribution networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(1), 73-82.
- Raad, D. N., Sinske, A. N., & Van Vuuren, J. H. (2010). Comparison of four reliability surrogate measures for water distribution systems design. *Water Resources Research*, 46(5) W05524, doi: 10.1029/2009WR007785
- Sabidussi, G. (1966). The centrality index of a graph. *Psychometrika*, 31(4), 581-603.
- Strigini, L. (2012). Fault tolerance and resilience: Meanings, measures and assessment. In K. Wolter, A. Avritzer, M. Vieira & A. van Moorsel (Eds.), *Resilience assessment and evaluation of computing systems* (pp. 3-24). Berlin: Springer.
- Todini, E. (2000). Looped water distribution networks design using a resilience index based heuristic approach. *Urban Water*, 2(2), 115-122.
- Trifunović, N. (2012). *Pattern recognition for reliability assessment of water distribution networks* Unpublished doctoral dissertation (tesis doctoral). United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization - Institute for Hydraulic Engineering Institute for Water Education, Delft University of Technology.
- Wright, R., Stojanov, I., Pappas, P., Henderson, K., & King, J. (2014). Adaptive water distribution networks with dynamically reconfigurable topology. *Journal of Hydroinformatics*, 16(6), 1280-1301.
- Yazdani, A., Otoo, R. A., & Jeffrey, P. (2011). Resilience enhancing expansion strategies for water distribution systems: A network theory approach. *Environmental Modelling & Software*, 26(12), 1574-1582.