

Ecuaciones alométricas de altura-diámetro para bosques naturales de *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en Hidalgo, México

Height-diameter allometric equations for natural stands of *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. in Hidalgo, Mexico

Jonathan Hernández-Ramos¹, Adrián Hernández-Ramos^{2*}, Xavier García-Cuevas¹, J. Jesús García-Magaña³,
Martín Martínez-Salvador⁴, Manuel Samperio-Jiménez⁵, Hernández-Vargas José Armando⁵

¹Campo Experimental Chetumal, Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP)

²Campo Experimental Saltillo, INIFAP.

Carretera Saltillo-Zacatecas km 342+119 #9515 Hacienda de Buena Vista, C.P. 25315 Saltillo, Coahuila.

Correo electrónico: adrian.hernandezr90@gmail.com.

³Facultad de Agrobiología, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH).

⁴Universidad Autónoma de Chihuahua (UACH).

⁵Corporación Agroforestal y Ambiental S.P.R. de R.I. (COAFA).

*Autor de correspondencia

Resumen

La altura del arbolado es una variable indispensable para clasificar sitios forestales de acuerdo a su productividad. El objetivo fue modelar la relación funcional entre el diámetro normal (dn) y la altura total (Alt) de árboles de *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. Con 1908 pares de datos de $Alt-dn$, se ajustaron 31 modelos alométricos por máxima verosimilitud. Los modelos explicaron más del 90% de la variabilidad muestral; el sesgo por estimación fue inferior a 5 cm y la desviación global fue menor al 1%. La estimación de la Alt a través del dn fue confiable para la aplicación en términos de un inventario forestal al cuantificar existencias volumétricas de *P. teocote*.

Palabras clave: Bosques de coníferas; inventarios forestales; programas de manejo; rendimiento forestal.

Abstract

The height of the trees is an indispensable variable to classify forest sites according to their productivity. The objective was to model the functional relationship between the diameter breast height (dn) and the total height (Alt) of *Pinus teocote* Schlecht trees. & Cham. With 1908 pairs of $Alt-dn$ data, 31 allometric models were fitted by maximum likelihood. The models explained more than 90% of the sample variability, the estimate bias was less than 5 cm and the global deviation was less than 1%. The estimation of the Alt through the dn was reliable for the application in terms of a forest inventory when quantifying volumetric stocks of *P. teocote*.

Keywords: Coniferous forests; forest inventories; management programs; forest yield.

Recibido: 27 de abril de 2017

Aceptado: 19 de febrero de 2019

Publicado: 03 de junio de 2019

Como citar: Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., García-Magaña, J. J., Martínez-Salvador, M., Samperio-Jiménez, M., & Hernández-Vargas, J. A. (2019). Ecuaciones alométricas de altura-diámetro para bosques naturales de *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en Hidalgo, México. *Acta Universitaria* 29, e1908. doi. <http://doi.org/10.15174/au.2019.1908>

Introducción

La altura del arbolado es una variable indispensable para clasificar rodales de acuerdo con la productividad forestal (Vanclay, 1994) y es fundamental para las estimaciones de crecimiento y rendimiento utilizadas en los programas de manejo (Borders & Bailey, 1986). En los inventarios forestales, la altura de los árboles no se mide en la totalidad debido a la dificultad de medición, el tiempo requerido y los costos que esto genera (Leaño & Saravia, 1998; Zhang, Peng, Huang & Zhou, 2002).

El uso de ecuaciones alométricas permite estimar variables de difícil medición a un costo y tiempo bajo. Ejemplo de ello son los trabajos de Quiñonez, Cruz, Vargas & Hernández (2012) y Franco *et al.* (2007) para estimar el volumen, la biomasa y el carbono a través de las variables de fácil medición como lo son el diámetro normal (dn) y altura total (Alt), debido a que son expresiones que muestran las relaciones de proporcionalidad entre el aumento relativo de las medidas de un organismo o sus partes (Gayon, 2000).

Otros ejemplos de relaciones alométricas entre las partes de un árbol son la estimación del dn a partir de las dimensiones del diámetro del tocón (dt) (García-Cuevas, Herrera-Ávila, Hernández-Ramos, García-Magaña & Hernández-Ramos, 2016; Hernández *et al.*, 2016) y la estimación de la Alt a través del dt (Quiñonez *et al.*, 2012) o dn (Trincado & Leal, 2006). Todas ellas son opciones prácticas para la reducción de tiempo y esfuerzos invertidos en la toma de datos en campo, planeación de actividades dentro de un programa de manejo forestal y evaluación de cortas o talas clandestinas.

La estimación de la Alt a través del dn ($Alt-dn$) se puede obtener mediante ecuaciones locales o regionales (Sánchez, Cañellas & Montero, 2007). Las ecuaciones regionales o generalizadas incluyen variables a nivel de rodal con la finalidad de aumentar la aplicabilidad (Trincado & Leal, 2006), en tanto que las expresiones de tipo local son realizadas con una submuestra tomada de cada sitio de muestreo y requieren una menor cantidad de información para generar este tipo de ecuaciones (Sharma & Parton, 2007).

Por la importancia que representa estimar con precisión la Alt en un inventario forestal para la planeación de las actividades de manejo (Alder, 1980; Barrena & Llenera, 1988; Domínguez-Hernández, Huerta-Ortega, Barrios-Díaz & Posadas-García, 2012), y que *P. teocote* es una de las 10 especies de mayor distribución en el estado de Hidalgo (Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales-Comisión Nacional Forestal [Semarnat-Conafor], 2015), se planteó el objetivo de modelar la relación funcional entre el diámetro normal y la altura de árboles de *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el oriente del estado de Hidalgo, bajo la hipótesis de que la estrecha relación alométrica entre estas dos variables hace eficiente la predicción de la altura en los bosques naturales de *P. teocote*.

Materiales y Métodos

El estudio se realizó en el municipio de Cuauhtepic de Hinojosa, Hidalgo, en una superficie forestal de 2156.33 ha, correspondiente a los ejidos de Santa María Paliseca y Tezoncualpa, además de la propiedad privada Tezoncualpa. Estos se ubican a una altitud de entre 2000 m y 3100 m, donde predomina el clima de tipo templado (C(w1) (w)) (Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI], 1992).

Los bosques bajo estudio no fueron afectados por alguna intervención silvícola en los últimos 15 años. Mediante un muestreo aleatorio en rodales naturales de *P. teocote* dentro del bosque se midieron, por rodal, alrededor de 45 árboles, dando un total de 1908 pares de datos de $Alt-dn$, considerando todas las características representativas de la población. Los árboles seleccionados como muestras presentaron fuste recto, sin malformaciones, sin resinación o torcidos y sin presencia de plagas y/o enfermedades, además

de que estuvieran por lo menos 20 m adentro de los rodales o del bosque para evitar el efecto de orilla en claros o caminos. Las estadísticas básicas de la muestra se muestran en la tabla 1.

Tabla 1. Estadísticas descriptivas de *Alt* y *dn* para la muestra de árboles de *Pinus teocote* en el estado de Hidalgo, México.

Estadístico	<i>dn</i> (cm)	<i>Alt</i> (m)
Tamaño de muestra (<i>N</i>)	1908	1908
Media aritmética	19.2347	12.4825
Valor mínimo	5	3
Valor máximo	55	30
Error estándar	0.2988	0.1510
Desviación estándar	13.0476	6.5939
Varianza de la muestra	170.2408	43.4797

Fuente: Elaboración propia.

En el ajuste se utilizaron 31 ecuaciones que fueron tomadas de la literatura para describir la relación alométrica entre el *dn* y la *Alt* (García-Cuevas *et al.*, 2016; Hernández *et al.*, 2016; Hernández-Ramos *et al.*, 2018; Huang, Titus & Wiens, 1992; Juárez, Pece, Gaillard, Sanguedolce & Mariot, 2007; Milena, Trincado, Barrios & Nieto, 2013; Zambrano, Suárez & Jerez, 2001) (tabla 2).

Tabla 2. Ecuaciones alométricas de *At-dn*.

Ecuación	Expresión	Nombre	Ecuación	Expresión	Nombre
1	$Alt = b_0 + b_1 dn$	Lineal	17	$Alt = \frac{dn^2}{(b_0 + b_1 dn)^2}$	Vestjor det t-4 - Loesch
2	$Alt = b_0 + b_1 dn + b_2 dn^2$	Polinomio	18	$Alt = 1.3 + b_0 \exp\left(\frac{b_1}{dn}\right)$	Burkhardt y Strub
3	$Alt = \exp(b_0 + b_1 \log(dn))$	Potencial	19	$Alt = 1.3 + 10^{b_0} dn^{b_1}$	Power - Larson
4	$Alt = \exp(b_0 + b_1 dn)$	Exponencial- 1	20	$Alt = 1.3 + b_0 \frac{dn}{dn + 1} b_1 dn$	Watts
5	$Alt = b_0 + b_1 \log dn$	Henriksen	21	$Alt = 1.3 + b_0 \left(\frac{dn}{dn + 1}\right)^{b_1}$	Curtis - Prodan
6	$Alt = 1.3 + \frac{dn^2}{b_0 + b_1 dn + b_2 dn^2}$	Vestjord et - Hiperbolico	22	$Alt = 1.3 + \exp(b_0 + b_1 dn^{b_2})$	Schumacher - Wang y Hann
7	$Alt = 1.3 + \frac{dn^2}{(b_0 + b_1 dn)^2}$	Vestjord et-1 - Naslund	23	$Alt = 1.3 + \frac{b_0}{1 + b_1 \exp(-b_2 dn)}$	Pearl y Reed
8	$Alt = 1.3 + \frac{1}{(b_0 + b_1 \frac{1}{dn})^3}$	Vestjord et-2 - Petterson	24	$Alt = 1.3 + b_0 (1 - \exp(-b_1 dn))^{b_2}$	Chapman -Richards
9	$Alt = 1.3 + \frac{dn^2}{(b_0 + b_1 dn)^{2.5}}$	Vestjord et-3 -Petterson-2	25	$Alt = 1.3 + b_0 (1 - \exp(-b_1 dn^{b_2}))$	Richards - Yang
10	$Alt = b_0 + b_1 dn^2$	Parábola incompleta	26	$Alt = 1.3 + a \cdot \exp(b \cdot \exp(-c \cdot dn))$	Slobada-2 - Winsor
11	$Alt = \exp(b_0 + b_1 \frac{1}{dn})$	Exponencial-2	27	$Alt = 1.3 + \frac{dn^2}{b_0 + b_1 dn + b_2 dn^2}$	Curtis y Prodan
12	$Alt = \exp(b_0 + b_1 \log(dn) + b_2 \log(dn^2))$	Exponencial-3 - Brow	28	$Alt = 1.3 + b_0 dn^{b_1} dn^{b_2}$	Sibbesen
13	$Alt = 1.3 + b_0 dn^{b_1}$	Alometrico	29	$Alt = 1.3 + b_0 \exp\left(\frac{b_1}{dn + b_2}\right)$	Ratkowsky
14	$Alt = 1.3 + \exp\left(b_0 + \frac{b_1}{dn} + 1\right)$	Wykoff	30	$Alt = 1.3 + \left(\frac{b_0}{1 + \frac{1}{b_1} dn^{-b_2}}\right)$	Ratkowsky and reedy
15	$Alt = 1.3 + b_0 \frac{dn}{b_1 + dn}$	Bates y Watts	31	$Alt = 1.3 + b_0 (1 - b_1 \exp(-b_2 dn))$	Monomolecular
16	$Alt = 1.3 + b_0 (1 - \exp(-b_1 dn))$	Sloba-1 - Meyer			

Donde *dn* = diámetro normal (cm). *Alt* = altura total (m). *bn* = parámetros a estimar. 1.3 = Altura donde se mide el *dn*.
Fuente: Elaboración propia.

El ajuste de las ecuaciones y la estimación de los parámetros se hizo con la técnica de máxima verosimilitud con información completa del procedimiento MODEL en el programa estadístico SAS 9.2

(SAS Institute Inc., 2008). Como valor inicial de los parámetros para el ajuste de las ecuaciones se tomaron los reportados por diversos artículos relacionados como lo mencionan Milena *et al.* (2013).

Debido a que es común en datos biológicos encontrar varianzas heterogéneas, es decir, que la varianza aumenta a medida que la variable independiente incrementa (Peters, Cox & Real, 1997), se realizó una ponderación a los residuales mediante funciones relacionadas con el dn ($1/dn$, $1/dn^{0.5}$, $1/dn^2$, $1/dn^3$, $dn^{0.5}$, dn^2 y dn^3) y se utilizó la que mejores resultados estadísticos y gráficos mostró.

En la selección de la mejor ecuación se usó un criterio jerárquico, para lo cual se integraron los estadísticos de bondad de ajuste como la Suma de Cuadrados del Error (SCE), Raíz del Cuadrado Medio del Error (RCME) y Coeficiente de determinación ajustado ($R^2_{ajustado}$) (Pompa-García, De los Santos-Posadas, Zepeda-Bautista & Corral-Rivas, 2011; Vibrans, Moser, Zimermann & Mazaneuro, 2015), los cuales se calificaron mediante un promedio propuesto por Sakici, Misira, Yavuz & Misira (2008), con la asignación de valores consecutivos del 1 al 31 en función del valor para cada uno de los estadísticos empleados, siendo 1 el índice mayor y 31 el menor. Por ejemplo, a la ecuación con menor valor en la RCME se le asignaría el número 1, mientras que a los siguientes en forma ascendente se les calificaría con 2, 3, 4 y hasta 31, según corresponda en la lista; caso contrario a la $R^2_{ajustado}$, en la cual al valor de 1 se le otorgaría la ecuación con mayor valor en este estadístico. Después, para cada modelo se promediaron los valores de calificación de los estadísticos para obtener un total, y la expresión con la menor calificación se selecciona como la mejor.

La normalidad de los datos se evaluó a través de la prueba Shapiro-Wilk (SW) (SAS Institute Inc., 2008; Vibrans *et al.*, 2015), donde se consideró el Índice de Curtosis (IC) (Martínez-López & Acosta-Ramos, 2014); por su parte, la autocorrelación de los errores se verificó mediante la prueba gráfica de la función de autocorrelación parcial (PACF, por sus siglas en inglés) (Barrios, López & Nieto, 2014).

La evaluación de la precisión de las estimaciones para las mejores ecuaciones se realizó a través del sesgo (E) (Lencinas & Mohr-Bell, 2007), el cual muestra la presencia del error sistemático al emplear las ecuaciones y es expresado de forma directa en las unidades que se trabaja la variable dependiente (y) (Peters *et al.*, 1997); y la diferencia agregada en % (DA %) (Lencinas & Mohr-Bell, 2007) que expresa las desviaciones globales al emplear las ecuaciones de forma porcentual.

Resultados

Los resultados del ajuste estadístico posterior a la ponderación a los residuales ($1/dn^{0.5}$) señalan que las ecuaciones en general describen entre el 75% y el 91% de la variabilidad muestral. En el análisis, todos los parámetros fueron significativos y los valores de la SCE y RCME son bajos, al igual que el error estándar aproximado (Eea); solo la expresión 28 presentó problemas de significancia en el valor de p (tabla 3). La calificación promedio de las ecuaciones indica que los mejores son las expresiones 2, 23, 25 y 26, que son las cuatro que presentaron el valor más bajo; por ello, se evaluaron los supuestos de la regresión solo en estas.

Tabla 3. Estadísticos de ajuste y valores de los parámetros estimados para cada ecuación empleada, además de su calificación promedio.

Ecuación	SCE	RCME	R ² ajustado	Parámetros	Estimación	Eea	Valor t	Pr > t	Cal. Ȳ
1	10153.6	2.3327	0.87	b_0	3.442403	0.1063	32.38	<0.0001	28
				b_1	0.472879	0.00379	124.83	<0.0001	
2	7811.9	2.0466	0.90	b_0	0.944382	0.1546	6.11	<0.0001	3
				b_1	0.819241	0.0152	54.05	<0.0001	
				b_2	-0.00772	0.00031	-24.91	<0.0001	
3	8769.8	2.1679	0.89	b_0	0.575041	0.0227	25.37	<0.0001	19
				b_1	0.680005	0.00666	102.13	<0.0001	
4	17594.5	3.0707	0.78	b_0	1.879325	0.0118	159.19	<0.0001	30
				b_1	0.030203	0.000283	106.65	<0.0001	
5	9763.6	2.2874	0.88	b_0	-8.974	0.2237	-40.12	<0.0001	24
				b_1	8.00609	0.0806	99.38	<0.0001	
6	8117.3	2.0863	0.90	b_0	1.854114	0.3723	4.98	<0.0001	10
				b_1	0.963139	0.0422	22.81	<0.0001	
				b_2	0.024456	0.000974	25.1	<0.0001	
7	8253.9	2.1032	0.90	b_0	2.00163	0.0266	75.26	<0.0001	15
				b_1	0.174211	0.00108	161.39	<0.0001	
8	8607.0	2.1477	0.89	b_0	0.321202	0.00115	280.4	<0.0001	18
				b_1	1.966633	0.0261	75.24	<0.0001	
9	8454.2	2.1285	0.89	b_0	1.937171	0.0164	117.92	<0.0001	17
				b_1	0.096799	0.000638	151.79	<0.0001	
10	20145.3	3.2857	0.75	b_0	7.417003	0.1076	68.92	<0.0001	31
				b_1	0.009465	0.000084	113.23	<0.0001	
11	10843.9	2.4107	0.86	b_0	3.268507	0.00804	406.78	<0.0001	29
				b_1	-10.4708	0.1405	-74.55	<0.0001	
12	8238.2	2.1017	0.90	b_0	-0.33081	0.0935	-3.54	<0.0001	13
				b_1	1.337886	0.0624	21.45	<0.0001	
				b_2	-0.1133	0.0103	-11.05	<0.0001	
13	9036.6	2.2006	0.89	b_0	1.251597	0.0329	38.01	<0.0001	20
				b_1	0.759434	0.00762	99.69	<0.0001	
14	9925.3	2.3063	0.88	b_0	2.266182	0.00878	258.09	<0.0001	25
				b_1	-12.4713	0.1686	-73.96	<0.0001	
15	8246.1	2.1022	0.90	b_0	51.08097	1.3953	36.61	<0.0001	14
				b_1	60.75133	2.4369	24.93	<0.0001	
16	8111.1	2.0849	0.90	b_0	30.76535	0.6499	47.34	<0.0001	9
				b_1	0.026723	0.000846	31.6	<0.0001	
17	8253.9	2.1032	0.90	b_0	1.624995	0.0213	76.39	<0.0001	16
				b_1	0.177876	0.000947	187.84	<0.0001	
18	9925.3	2.3063	0.88	b_0	26.20597	0.2301	113.89	<0.0001	26
				b_1	-12.4671	0.1686	-73.94	<0.0001	
19	9036.6	2.2006	0.89	b_0	0.097343	0.0114	8.52	<0.0001	21
				b_1	0.759518	0.00762	99.7	<0.0001	
20	9991.4	2.3140	0.88	b_0	2.589753	0.1198	21.61	<0.0001	27
				b_1	0.461312	0.00405	113.76	<0.0001	
21	9556.1	2.2630	0.88	b_0	26.8576	0.2357	113.97	<0.0001	23
				b_1	13.42101	0.176	76.27	<0.0001	
22	8235.3	2.1014	0.90	b_0	4.455614	0.1523	29.26	<0.0001	12
				b_1	-6.00806	0.0905	-66.36	<0.0001	
				b_2	-0.38492	0.0307	-12.54	<0.0001	
23	7415.1	1.9940	0.91	b_0	20.84888	0.1686	123.68	<0.0001	1
				b_1	7.894242	0.2291	34.46	<0.0001	
				b_2	0.12641	0.0024	52.74	<0.0001	

24	7924.2	2.0613	0.90	b_0	25.4281	0.6072	41.88	<0.0001	5
				b_1	0.043365	0.00266	16.28	<0.0001	
				b_2	1.227461	0.0405	30.28	<0.0001	
25	7883.9	2.056	0.90	b_0	24.13261	0.559	43.17	<0.0001	4
				b_1	0.022578	0.00106	21.35	<0.0001	
				b_2	1.181892	0.0249	47.5	<0.0001	
26	7560.7	2.0135	0.91	b_0	22.47413	0.2607	86.21	<0.0001	2
				b_1	2.63522	0.0443	59.45	<0.0001	
				b_2	0.077984	0.00194	40.27	<0.0001	
27	8117.3	2.0863	0.90	b_0	1.870243	0.3727	5.02	<0.0001	11
				b_1	0.961562	0.0423	22.76	<0.0001	
				b_2	0.024484	0.000975	25.11	<0.0001	
28	9036.6	2.2006	0.89	b_0	1.25115	0.0329	38.01	<0.0001	22
				b_1	0.779539	0.00762	<-----	<0.0001	
				b_2	0.02	0	<-----	<0.0001	
29	7951.5	2.0648	0.90	b_0	37.27304	0.9413	39.6	<0.0001	6
				b_1	-29.2013	1.4035	-20.81	<0.0001	
				b_2	7.503265	0.5908	12.7	<0.0001	
30	8007.1	2.072	0.90	b_0	33.05804	1.3598	24.31	<0.0001	7
				b_1	0.015288	0.000771	19.82	<0.0001	
				b_2	1.251375	0.0367	34.05	<0.0001	
31	8027.5	2.0747	0.90	b_0	27.94948	0.7067	39.55	<0.0001	8
				b_1	1.028371	0.00834	123.35	<0.0001	
				b_2	0.032454	0.00159	20.47	<0.0001	

SCE = Suma de Cuadrados del Error. RCME = Raíz del Cuadrado Medio del Error. $R^2_{ajustado}$ = Coeficiente de determinación ajustado. Eea = Error estándar aproximado. Cal. \bar{y} = Calificación promedio del modelo.

Fuente: Elaboración propia.

La evaluación de normalidad en los residuales tanto en la prueba de gráfica y la prueba de SW señala normalidad, debido a que el valor de estadístico fue >0.97 y la prueba de Curtosis varió entre 1.2 y 2.0, además de que la tendencia de los percentiles en la gráfica de residuales asemeja la forma de campana de Gauss (figura 1).

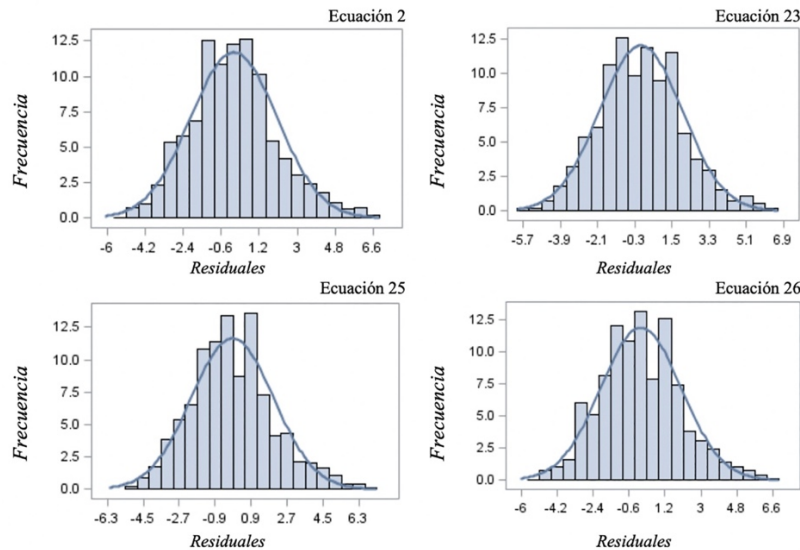


Figura 1. Histogramas de las mejores ecuaciones de $Alt-dn$ para *P. teocote* en Hidalgo, México, donde se pone a prueba la normalidad de los residuales.

Fuente: Elaboración propia.

La gráfica de residuales studentizados muestra una distribución homocedástica, sin tener alguna tendencia aparente en la distribución (figura 2), mientras que en la prueba gráfica de PACF señala que las dos variables utilizadas son independientes entre sí, por no presentar problemas de dependencia entre los diámetros al aumentar su dimensión (figura 3).

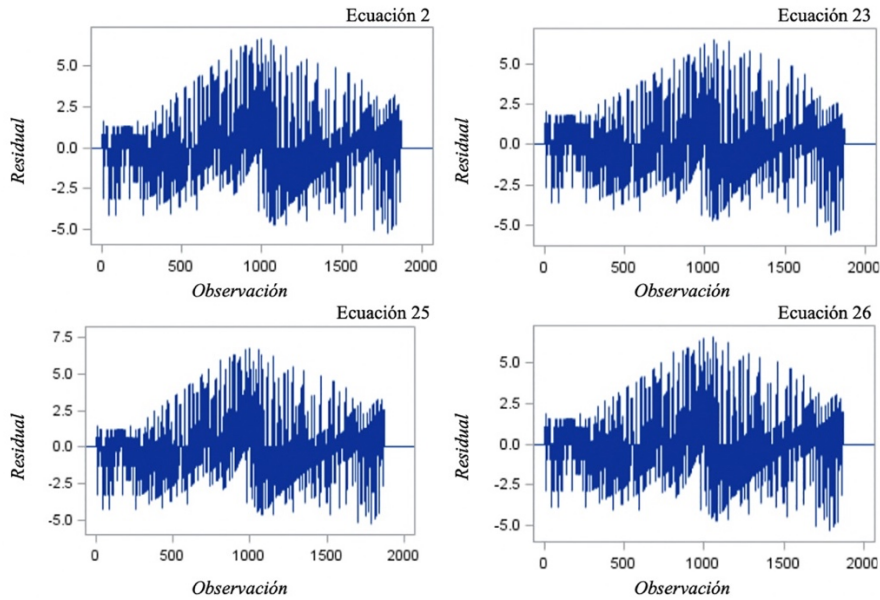


Figura 2. Valores estandarizados de t para probar la homocedasticidad de residuales en las mejores ecuaciones de $Alt-dn$ para *P. teocote* en Hidalgo, México.
Fuente: Elaboración propia.

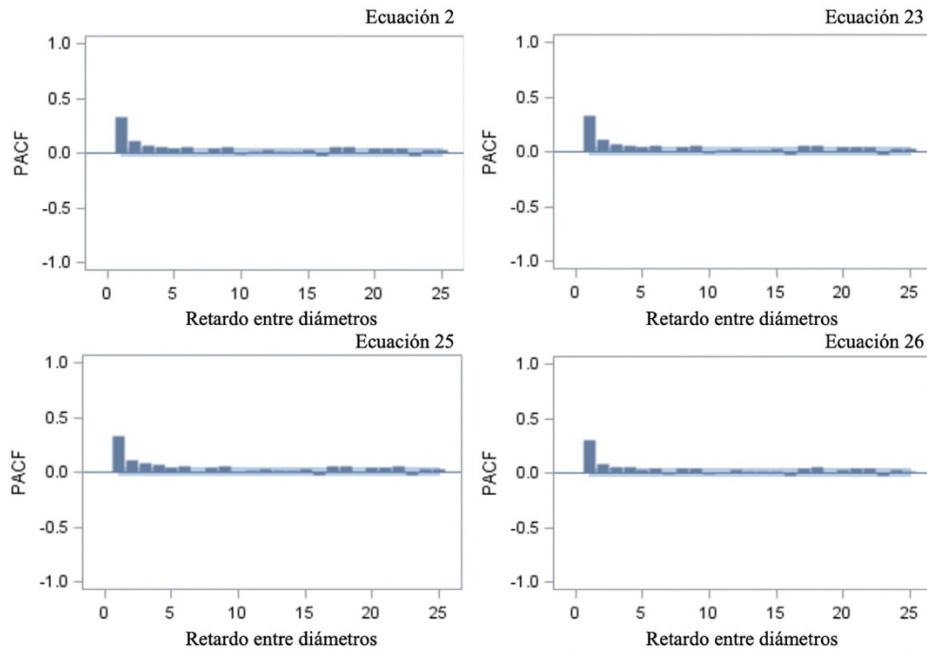


Figura 3. Prueba gráfica de autocorrelación parcial (PACF) que muestra la independencia entre las variables utilizadas en las mejores ecuaciones de $Alt-dn$ para *P. teocote* en Hidalgo, México.

Fuente: Elaboración propia.

La capacidad predictiva de las ecuaciones de forma individual (E) y general (DA %) señala que las expresiones sobrestiman la Alt en menos de cinco centímetros por estimación y para toda la población lo hacen en menos del 0.5%, siendo superior en los dos casos la ecuación 25 (tabla 4).

Tabla 4. Sesgo (E) y diferencia agregada en % ($DA\%$) de las estimaciones realizadas con las mejores ecuaciones $Alt-dn$ para *P. teocote* en Hidalgo, México.

Estadístico / Ecuación	2	23	25	26
Sesgo individual en cm	-0.0499	-0.0454	-0.0100	-0.0400
Diferencia agregada global en %	-0.3999	-0.3638	-0.1100	-0.32200

Valores negativos indican sobre-estimación de la variable dependiente, mientras que valores positivos señalan sub-estimación.
Fuente: Elaboración propia.

Discusión

La regresión ponderada utilizada evitó los problemas de heterogeneidad de varianza de los residuales. Tal y como lo mencionan Peters *et al.* (1997), se obtuvieron residuos más homogéneos, estimaciones de los parámetros con varianza mínima e intervalos de predicción más pequeños, resultados similares a los obtenidos por Barrios *et al.* (2014), al utilizar variables de ponderación en ecuaciones de volumen total y comercial en *Eucalyptus grandis*.

Los valores del $R^2_{ajustado}$ señalan que las ecuaciones explican la variabilidad de la muestra por encima del 75% y en las cuatro expresiones mejores de más del 90% (2, 22, 25 y 26). De acuerdo con Alder & Cailliez (1980), estos son porcentajes de descripción aceptables, los parámetros significativos a un nivel de confiabilidad superior al 95% ($p < 0.05$) y los valores del E_{ea} de estas cuatro ecuaciones varían entre 0.001 y 0.261, todos ellos valores menores a lo encontrado por Milena *et al.* (2013) al ajustar este tipo de expresiones para *Eucalyptus tereticornis*. Los resultados en conjunto demuestran que las variables independientes utilizadas tienen un valor significativo en la descripción de la altura total, tal y como lo mencionan Da Cunha & Guimaraes (2009), en el procedimiento de selección de la mejor ecuación para estimar el volumen total de *Pinus taeda*, y Hernández-Ramos *et al.* (2018), al evaluar este supuesto a través del test de White en modelos de *P. pseudostrobus* en Michoacán.

Los resultados de la prueba de normalidad en las cuatro ecuaciones siguen una tendencia de forma de campana de Gauss, lo cual indica que no se viola el supuesto de normalidad en la regresión (SAS Institute Inc., 2003). Por lo tanto, se aceptan como válidas las estimaciones de los parámetros, además son semejantes a lo obtenido por Hernández *et al.* (2015), al emplear ecuaciones generalizadas de $Alt-dn$ para *P. teocote*, y García-Cuevas *et al.* (2016), al estimar el dn a partir de dt para *Abies religiosa*. Además, la prueba de Curtosis muestra que la gráfica es de tipo mesocúrtica debido a que el valor absoluto del test fue menor al doble del valor del error estándar de la ecuación, tal y como lo describen Martínez-González, Sánchez-Villegas & Faulin (2006).

La homocedasticidad de los residuales studentizados en las cuatro mejores ecuaciones concuerda con lo expuesto por Martínez, Rubio & San Martín (2004) y Peters *et al.* (1997), donde se señala que en este tipo de distribución no existen problemas de heterocedasticidad, mientras que la gráfica de PACF es

semejante a lo reportado por Quiñonez *et al.* (2012) en un estudio de ahusamiento y volumen para el género *Pinus* en Durango, México y concuerda con lo mencionado por Pérez (2007).

Las ecuaciones seleccionadas concuerdan con otros trabajos; por ejemplo, la expresión 2 fue la apropiada para estimar el diámetro de copa (dc) en función del dn en un bosque húmedo sub-tropical de Perú, con una explicación del 97% de la variabilidad muestral (Malleux, 2016). La ecuación 22 es una expresión semejante a la empleada por Temesgen, Hann & Monleon (2007) para estimar la Alt de especies de un bosque de coníferas en Suroeste de Oregón, E.U., con una desviación en las estimaciones menor al 7%. De igual forma, esta ecuación es semejante a la expresión exponencial que describen Juárez *et al.* (2007) como uno de los mejores para estimar la altura a través del dn en *Prosopis nigra* en Santiago del Estero, Argentina, el cual explicó el 85% de la variabilidad de la muestra utilizada. La diferencia entre la ecuación reportada por Juárez *et al.* (2007) con la expresión 22, utilizada en este trabajo, es que se forzó a que cuando la altura sea de 1.3 m sobre el fuste, el valor del dn sea igual a cero, de acuerdo con lo que mencionan Diéguez-Aranda *et al.* (2009) y Puji (2014). Las ecuaciones 25 y 26 han tenido resultados adecuados en estudios semejantes; sin embargo, no han sido los mejores en términos de precisión, por ejemplo, en el estudio de relaciones entre Alt - dn realizado para reforestaciones en la zona sur de Costa Rica (Arias, 2004).

La capacidad predictiva de las ecuaciones reflejada en los valores del E demuestra la confiabilidad en las estimaciones de Alt en función del dn . Los valores obtenidos de -0.0499, -0.0454 y -0.0400 para el sesgo de los modelos 2, 23 y 26, respectivamente, son inferiores a los reportados por Castedo, Ruiz & Álvarez (2001) al emplear los modelos 14 y 27 para estimar la Alt de *Pinus pinaster* en Galicia, España. Sin embargo, el valor de -0.0100, obtenido de la ecuación 25, coincide de igual forma con la mejor expresión obtenida por estos autores (función de densidad bivalente S_{bb}).

Las desviaciones globales de forma porcentual de las cuatro mejores ecuaciones son menores a las reportadas por Juárez *et al.* (2007), al emplear 13 expresiones de Alt - dn de tipo local para *Ziziphus mistol* en Santiago de Estero, Argentina, y por Trincado & Leal (2006) al utilizar 10 ecuaciones de este tipo para *Pinus radiata* en la provincia de Arauco, Chile. Además, son equivalentes a las presentadas por Pece *et al.* (2006), al emplear las expresiones 2 y 13, este último sin la constante de 1.3 para estimar la Alt en *Schinopsis quebracho-colorado* en Argentina.

El empleo del E y $DA\%$ como criterios de evaluación de la capacidad predictiva de las ecuaciones muestra con mayor precisión las desviaciones de cada uno de ellos con respecto a los datos reales, tal y como lo mencionan Zambrano *et al.* (2001), al evaluar las expresiones lineales, no lineales, y transformados con algún logaritmo de Alt para *Tectona grandis* en Barinas, Venezuela. Por otro lado, el ajuste de las ecuaciones con solo el dn presenta limitaciones que se deberán considerar al aplicarlos en campo, debido a que son expresiones específicas para las condiciones de estos bosques, además de que representará una altura media y no las variaciones naturales de la altura en diámetros iguales.

Conclusiones

La forma matemática de la relación alométrica entre el diámetro normal y la altura fue adecuada estadísticamente y las estimaciones realizadas fueron precisas debido a los bajos valores del sesgo y la diferencia agregada, donde las mejores ecuaciones son 2, 22, 25 y 26. Las ecuaciones, al combinarlas con expresiones de índice de sitio, permitirán realizar clasificaciones de productividad de rodales o estimaciones de crecimiento y rendimiento al emplearlas de manera conjunta con ecuaciones de volumen o biomasa, además de que contribuirán a la planeación de actividades silvícolas dentro de programas de manejo forestal, al ser empleadas en los cálculos de un inventario forestal.

Agradecimientos

A la Corporación Agroforestal y Ambiental S.P.R. de R.I. (Coafa) y ejidos de Santa María Paliseca y Tezoncualpa, además, de la propiedad privada Tezoncualpa por el apoyo y tiempo brindado.

Referencias

- Alder D. (1980). *Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos*. Vol. 2 – Predicción del rendimiento. Roma, Italia: Food and Agriculture Organization (FAO). Recuperado en diciembre de 2018 de <http://www.fao.org/3/a-ap354s.pdf>
- Alder D. & Cailliez F. (1980). *Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento, con referencia especial a los trópicos*. *Estudios FAO Montes 22/2*. Vol. 2. Roma, Italia. Recuperado en diciembre de 2018 de <http://www.fao.org/3/a-ap353s.pdf>
- Arias A. D. (2004). Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. *Kurí: Revista Forestal (Costa Rica)*, 1(2), 11 p.
- Barrios A., M. López A. y V. Nieto (2014). Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia Forestal*, 17(2), 137-149. doi: <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.colomb.for.2014.2.a01>
- Barrena, A. V., & Llerena, P. C. (1988). Influencia de los errores de estimación de la altura en el cálculo del volumen. *Revista Forestal Perú*, 15(1), 1-11.
- Borders, B. E., & Bailey, R. L. (1986). A compatible system of growth and yield equations for slash pine fitted with restricted three-stage least squares. *Forest Science*, 32(1), 185-201. doi: <https://doi.org/10.1093/forests/32.1.185>
- Castedo, D. F., Ruiz, G. A. D., & Álvarez, G. J. G. (2001). Modelización de la relación altura-diámetro para *Pinus pinaster* Ait. en Galicia, España mediante la función de densidad bivalente S_{bb} . *Investigación agraria. Sistemas y recursos forestales*, 10(1), 111-125.
- Da Cunha T. A., & Guimarães, F. C. A. (2009). Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil. *Kurí: Revista Forestal (Costa Rica)*, 6(19), 1-15.
- Diéguez-Aranda, U., Alboreca, A. R., Castedo-Dorado, J. G., Álvarez-González, J. G., Barrio-Anta, M., Crecente-Campo, F., González-González, J. M., Pérez-Cruzado, C., Rodríguez-Soaleiro, R., López-Sánchez, C. A., Balboa-Murias, M. A., Gorgoso-Varela, J. J., Sánchez-Rodríguez, F., & Gómez-García, E. (2009). Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Xunta de Galicia. Recuperado en diciembre de 2018 de http://mediorural.xunta.gal/fileadmin/arquivos/publicacions/herramientas_selvicolos.pdf
- Domínguez-Hernández, F., Huerta-Ortega, B. Barrios-Díaz y M. A. Posadas-García (2012). Análisis dasométrico y propuesta de ordenamiento agroforestal del bosque en Tetela de Ocampo, Puebla. Nota técnica. *Avances de Investigación Agropecuaria AIA*, 16(3), 75-82.
- Franco D., R., M. Acosta M., F. Carrillo A. F., E. Buendía R., E. Flores A. y J. D. Etchevers B. (2007). Determinación de ecuaciones alométricas para estimar biomasa y carbono en *Pinus patula* Schl. et Cham. *Madera y Bosques*, 13(1), 25-34. doi: <https://doi.org/10.21829/myb.2007.1311233>
- García-Cuevas X., Herrera-Ávila, V., Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J. J., & Hernández-Ramos, A. (2016). Ecuaciones para predecir el diámetro normal en función del diámetro del tocón para *Abies religiosa* (Kunth) Schldt. et Cham. *Revista Mexicana de Ciencia Forestales*, 7(37), 95-103.
- Gayon, J. (2000). History of the concept of allometry. *American Zoologist*, 40(5), 748–758. doi: [https://doi.org/10.1668/0003-1569\(2000\)040\[0748:HOTCOA\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1668/0003-1569(2000)040[0748:HOTCOA]2.0.CO;2)
- Hernández, R. J. A., García, C. X., García, M. J. J., Muñoz, F. H. J., Velarde, R. J. C., & Olvera, D. E. H. (2016). Factores de proporción y ecuaciones de diámetro normal a partir del tocón para *Pinus greggii* Engelm. *Revista Mexicana de Ciencia Forestales*, 7(35), 7-18.

- Hernández, R. J., García C. X., Hernández R. A., García M., J. J., Muñoz F., H. J., Flores L., C., García E., G. G. (2015). Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado de Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 6(31), 8-21.
- Hernández-Ramos, J., García-Magaña, J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., García-Espinoza, G., Muñoz-Flores, J., & Sáenz-Reyes, T. (2018). Allometric height-diameter equations for *Pinus pseudostrubus* Lindl. *Ecosistemas y recursos agropecuarios*, 5(13), 15-23.
- Huang, S., S. J. Titus and D. Wiens (1992). Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research*, 22(9), 1297-1304. doi: <https://doi.org/10.1139/x92-172>
- Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Informática (INEGI). (1992). *Síntesis geográfica del estado de Hidalgo*. México, D. F.
- Juárez, M., Pece, M. G., Gaillard, C., Sanguedolce, J., Mariot, V., Mazzuco, R. (2007). Ecuaciones altura-diámetro en *Prosopis nigra* (Griseb) Hieron (Algarrobo negro) en Santiago del Estero, Argentina. *Foresta Veracruzana*, 9(1), 9-14.
- Leaño, C., & Saravia, P. (1998). *Monitoreo de parcelas permanentes de medición en el bosque Chimanes*. Documento Técnico 67/1998. Santa Cruz, Bolivia: Chemonics International, USAID.
- Lencinas, J. D., & Mohr-Bell, D. (2007) Estimación de clases de edad de las plantaciones de la provincia de Corrientes, Argentina, con base en datos satelitales Landsat. *Bosque*, 28(2), 106-118.
- Malleux, O., J. (2016). Estudio de la relación D.A.P. con el diámetro de copa en un bosque húmedo subtropical. *Revista Forestal del Perú*, 4(1-2), 1-5.
- Martínez-González, M. A., Sánchez-Villegas, A., y Faulin-Fajardo, F. J. (2006). *Bioestadística amigable*. 2a Edición. Madrid, España: Editorial Díaz de Santos, S. A. 936 p.
- Martínez-López J., & Acosta-Ramos, A. (2014). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina* en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques*, 20(1), 59-70.
- Martínez, P. F., Rubio, S. A., & San Martín, F. R. (2004). Modelización de producciones forestales no leñosas: Aplicación a la fructificación de *Boletus edulis* Bull.: FR. en Pinares de Silvestre de Soria. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales*, 18, 85-90.
- Milena, L. A., Trincado, G., Barrios, A., & Nieto, V. (2013). Modelos regionales de altura-diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. *Bosque*, 34(2), 233-241.
- Pece, M. G., Benítez C., Juárez M., Mariot V., Sanguedolce J., & Pranzoni O. (2006) Modelación de la altura total para quebracho colorado santiagueño (*Schinopsis quebracho-colorado*). *Foresta Veracruzana*, 8, 1-7.
- Pérez R., F. O. (2007). *Introducción a las series de tiempo*. Medellín, Colombia: Editorial Lorenza Correa Restrepo.
- Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación de Desarrollo Sostenible. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA)/BMZ/GTZ sobre agricultura, recursos naturales y desarrollo sostenible*. San José, Costa Rica.
- Puji N. N. (2014). Relationship between total tree height and diameter at breast height for tropical peat swamp forest tree species in rokan hilir district, riau province. *Indonesian Journal of Forestry Research*, 1(2), 89-107.
- Pompa-García M., De los Santos-Posadas, H., Zepeda-Bautista, M. E., & Corral-Rivas, J. J. (2011). Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia*, 45(3), 379-387.
- Quiñonez, B. G., Cruz, C. F., Vargas, L. B., & Hernández, F. J. (2012). Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 3(9), 23-39.
- Sakici, O. E., Misir, N., Yavuz, H., & Misir, M. (2008). Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scand. Journal of Forest Research*, 23(6), 522-533. doi: <https://doi.org/10.1080/02827580802552453>
- Sánchez M., Cañellas, I., & Montero, G. (2007). Generalized height-diameter and crown diameter prediction models for cork oak forests in Spain. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*, 16(1), 76-88.

- SAS Institute Inc. 2008. *SAS/STAT® 9.2 User's Guide Second Edition*. SAS Institute Inc. Raleigh, NC USA. Recuperado en diciembre de 2018 de <https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statugmcmc/63125/PDF/default/statugmcmc.pdf>
- SAS Institute Inc. 2003. *SAS/STAT User's guide. Release 9.1 Edition*. Statistical Analysis System Institute. Cary, NC, USA.
- Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales-Comisión Nacional Forestal (Semarnat-Conafor). (2015). *Inventario estatal forestal y de suelos-Hidalgo 2014*. Semarnat-Conafor: Zapopan, Jalisco, México
- Sharma, M., & Parton, J. (2007). Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management*, 249, 187-198. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.foreco.2007.05.006>
- Temesgen H., Hann, D. W., & Monleon, V. J. (2007) Regional Height-Diameter equations for major tree species of Southwest Oregon. *Western Journal of Applied Forestry*, 22(3), 213-219. 39 Trincado, G., & Leal, C. D (2006). Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque*, 27(1), 23-34.
- Vanclay, J. (1994). *Modelling forest growth and yield: Applications to mixed tropical forests*. London, UK: CAB International.
- Vibrans A. C., Moser, P., Zimmermann, L., & Mazaneuro, J. (2015). Height-diameter models for three subtropical forest types in Southern, Brazil. *Ciência e Agrotecnologia*, 39(3), 205-215.
- Zambrano T., M. Suárez y M. Jerez (2001). Evaluación de la efectividad del ajuste de algunos modelos de regresión utilizados para estimar la relación altura-diámetro en parcelas permanentes de rendimiento y aclareo en teca (*Tectona grandis* L. F.). *Revista Forestal Venezolana*, 45(2), 163-173.
- Zhang L., Peng, C., Huang, S., & Zhou, X. (2002). Development and evaluation of ecoregion-based jack pine height-diameter models for Ontario. *Forestry Chronicle*, 78(40), 530-538.