

Modelos para estimar volumen fustal y ahusamiento para *Manilkara zapota* (L.) P. Royen en Quintana Roo, México

Models to estimate bole volume and taper for *Manilkara zapota* (L.) P. Royen in Quintana Roo, Mexico

Jonathan Hernández-Ramos¹, Xavier García-Cuevas¹, Adrián Hernández-Ramos^{2*},
Juan Carlos Tamarit-Urias³, Enrique Buendía-Rodríguez⁴

¹Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP)-Campo Experimental Chetumal. Carretera Chetumal-Bacalar km 25, Xul-Ha, Othón P. Blanco, 77930, Quintana Roo, México. Correo: forestjonathanhdez@gmail.com. Teléfono: 9837331795.

^{2*}INIFAP-Campo Experimental Saltillo. Carretera Saltillo - Zacatecas km. 342+119 # 9515, Hacienda de Buena Vista, 25315, Saltillo, Coahuila, México. Correo: adrian.hernandez90@gmail.com. Teléfono: 595 102 4102.

³INIFAP-Campo Experimental San Martinito. Carretera Federal México-Puebla km 56.5, 74100, Santa Rita Tlahuapan, Puebla, México. Correo: tamarit.juan@inifap.gob.mx. Teléfono: 56 2100 6907.

⁴INIFAP-Campo Experimental Valle de México. Carretera Texcoco-los Reyes Km.13.5, Texcoco, Coatlinchán, 56250, Texcoco, Edo. de Méx., Méx. Correo: buendia.enrique@inifap.gob.mx. Teléfono:

800-088-2222 ip:85342

*Autor de correspondencia

Resumen

Manilkara zapota es una especie forestal abundante y con importancia comercial maderable. Estimar el volumen y proyectar la distribución de productos maderables para realizar un inventario preciso contribuye al manejo de la especie. El objetivo fue ajustar modelos de volumen fustal (V_f) y ahusamiento (d) para árboles de *M. zapota* que crecen en los bosques tropicales del centro y sur del estado de Quintana Roo, México. Se usó un total de 186 árboles para ajustar 10 modelos mediante máxima verosimilitud: ocho para V_f y dos en d . Utilizando los valores en los estadísticos del coeficiente de determinación, raíz del error cuadrático medio (RMSE) y valores de verosimilitud, los modelos de Schumacher-Hall y Cielito 3 fueron seleccionados para estimar el V_f y d , respectivamente. Se explicó más del 93% de la muestra empleada con una desviación global menor del 6.5%, donde el factor de forma promedio fue de 0.5.

Palabras clave: Aprovechamiento maderable; bosque tropical; chicozapote; perfil fustal; volumen comercial.

Abstract

Manilkara zapota is an abundant forest species with commercial timber importance. Estimating the volume and projecting the distribution of timber products to carry out an accurate inventory contributes to the management of the species. The objective was to adjust models of stem volume (V_f) and taper (d) for *M. zapota* trees growing in the tropical forests of the center and south of Quintana Roo, Mexico. A sample of 186 trees was used to fit 10 models by maximum likelihood: eight for V_f and two for d . Using the values in the statistics of the coefficient of determination, root mean square error (RMSE) and the Akaike and Bayesian Criteria, as well as the logarithm of maximum likelihood, the Schumacher-Hall and Cielito 3 models were selected to estimate the V_f and d , respectively. More than 93% of the sample used was explained with a global deviation of less than 6.5%, where the average form factor was 0.5.

Keywords: Timber harvesting; tropical forest; chicozapote; bole profile; commercial volume

Recibido: 20 de noviembre de 2020

Aceptado: 01 de marzo de 2021

Publicado: 30 de junio de 2021

Como citar: Hernández-Ramos, J., García-Cuevas, X., Hernández-Ramos, A., Tamarit-Urias, J. C., & Buendía-Rodríguez, E. (2021). Modelos para estimar volumen fustal y ahusamiento para *Manilkara zapota* (L.) P. Royen en Quintana Roo, México. *Acta Universitaria* 31, e3067. doi: <http://doi.org/10.15174/au.2021.3067>

Introducción

La estimación o cálculo del volumen de árboles individuales es una variable fundamental para la planeación de las actividades silvícolas en el programa de manejo forestal con el que se dictan las pautas silvícolas a seguir, en virtud de que se basa en el crecimiento y rendimiento de cada especie (Cruz *et al.*, 2016). Una de las alternativas más viables para estimar y predecir el volumen del arbolado a partir de los datos de un inventario forestal es el uso de ecuaciones que toman como variables independientes al diámetro normal (Dn) y la altura total (At), las cuales son de fácil y rápida medición en campo (Acosta & Carrillo, 2008; Gómez *et al.*, 2018).

A través del uso de las variables Dn y At , se han propuesto modelos que estiman el volumen fustal (Vf) para diversas especies de interés maderable en condiciones variables de crecimiento (Cruz *et al.*, 2016; Gómez *et al.*, 2018; Tschieder *et al.*, 2011). De igual manera, se han sugerido funciones para modelar la disminución del diámetro a medida que se acerca a la At sobre el fuste de cada árbol (i.e. ahusamiento, d) (Maldonado-Ayala & Nívar, 2000; Ramírez-Martínez *et al.*, 2018; Rentería-Anima & Ramírez-Maldonado, 1998), estimar el volumen comercial por individuo (Vc) y clasificar la distribución de productos maderables del arbolado en pie de acuerdo a sus dimensiones (Hernández *et al.*, 2013), así como representar la variación de la forma en distintas procedencias en una misma especie (Tlaxcala-Méndez *et al.*, 2016) o la razón de proporción entre el Vc y Vf (Hernández-Ramos *et al.*, 2018b).

En el aprovechamiento maderable en zonas tropicales de México, Quintana Roo es un estado de importancia forestal en términos de extracción maderable, debido a que se registró una tasa de aprovechamiento promedio anual de 45 151 m³ rollo total árbol (rta) entre los años de 1990 a 2017 (Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales [Semarnat], 2018), la cual principalmente se obtiene en el centro y sur de la entidad. El estado ocupa el segundo lugar nacional en la extracción maderable de especies tropicales, que junto con Veracruz (1°) y Tamaulipas (3°) representan el 72.4% de la producción nacional (Semarnat, 2016). De acuerdo con un análisis del volumen autorizado entre 2016 y 2020 por la Semarnat, el volumen proveniente de *Manilkara zapota* (L.) P. Royen contribuye con un promedio de 7%.

Por el volumen potencial para el aprovechamiento maderable dentro de las unidades de manejo forestal (Umafor), 2308 y 2304 en Quintana Roo (24.24 m³ ha⁻¹), y la diversidad de condiciones de crecimiento que tiene *M. zapota*, lo cual la hace ser de las especies tropicales más abundantes de las selvas en el estado (Gallegos *et al.*, 2012; Semarnat-Comisión Nacional Forestal [Conafor], 2014), vale la pena hacer hincapié en el uso de herramientas silvícolas cuantitativas aplicadas en el manejo forestal maderable para el aprovechamiento de los bosques tropicales en el centro y sur de esta entidad. Así, el objetivo de este trabajo fue evaluar y seleccionar modelos de Vf y d para árboles de *Manilkara zapota* del centro y sur de Quintana Roo, México.

Materiales y métodos

El estudio se realizó en el centro y sur de Quintana Roo, México, entre las coordenadas 17°50'57.48" y 20°12'14.72" N, y 87°10'57.19" y 89°16'18.35" O (figura 1). El tipo de vegetación fue selva mediana subperennifolia y selva baja caducifolia. Los principales géneros que conforman la selva mediana son *Bursera*, *Lysiloma*, *Picidia*, *Coccoloba*, *Pouteria*, *Gymnanthes*, *Lonchocarpus*, *Manilkara*, *Metopium* y *Vitex*; mientras que *Metopium*, *Coccoloba*, *Manilkara*, *Haematoxylum*, *Bucida*, *Crotan*, *Bursera*, *Chrysobalanus*, *Lonchocarpus* y *Cameraria* son parte de las selvas bajas. El clima predominante es de tipo cálido subhúmedo (Aw), con temperatura media anual de 26 °C, precipitación promedio de 1300 mm y altitud promedio de 15 m (Semarnat-Conafor, 2014).

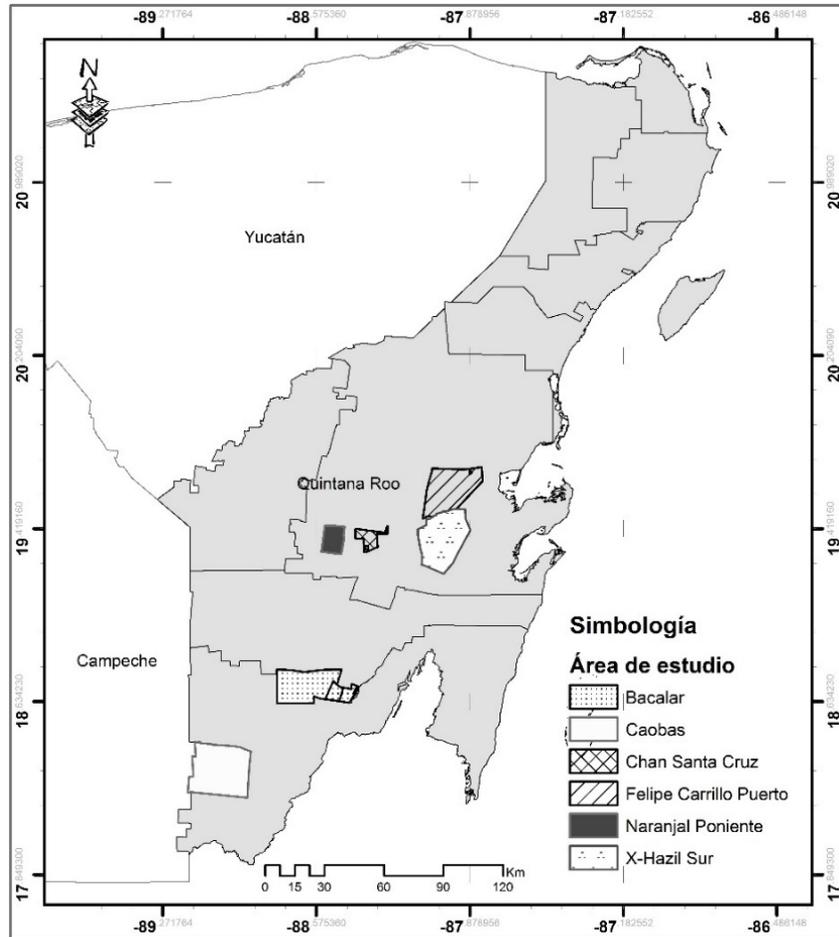


Figura 1. Ubicación del área de estudio.
Fuente: Elaboración propia.

El muestreo se llevó a cabo en los años 2014 y 2015 en los ejidos Caobas, Chan Santa Cruz, Felipe Carrillo Puerto, Naranjal Poniente, X-Hazil sur y el sitio experimental San Felipe Bacalar del INIFAP, cubriendo la mayor variabilidad posible de condiciones de crecimiento de la especie dentro de las selvas mediana sub-perennifolia y baja caducifolia. De manera aleatoria, se seleccionó una muestra de 186 árboles de *M. zapota* en rodales de las áreas forestales en donde este taxón tuvo presencia; los ejemplares seleccionados presentaron fuste recto, sin malformaciones, copa completa, libre de plagas o enfermedades y daños mecánicos por vientos, huracanes o incendios.

De cada árbol se registró la información de diámetros del tronco y alturas de distintas secciones sobre el fuste (d_i y A_i). El diámetro se midió de forma directa con una forcípula graduada en milímetros, iniciando con el diámetro y altura del tocón ($d_{tocón}$ y $A_{tocón}$, a 0.3 m de altura sobre el nivel del suelo), y después a 0.6 m, 0.9 m, 1.30 m y 2.5 m de altura del fuste. El resto de las mediciones sobre el fuste se realizaron con un telerelascopio de Bitterlich® hasta llegar a la $A_t = 0$ y $d = 0$ (i.e. punta del árbol), para obtener 1666 pares de datos de d_i y A_i .

El cálculo del volumen por troza (Vt) y Vf de cada individuo se realizó a través del método de trozas traslapadas (Bailey, 1995). Con la información completa y depurada a través de eliminar datos atípicos, aberrantes o fuera de la tendencia general de la información, se calculó la estadística descriptiva básica de la muestra, se estimaron el índice de curtosis (IC) y el coeficiente de asimetría (CA) de cada variable; los cuales deben de estar en el intervalo de 3 y -3 para considerar que los datos cumplen con el supuesto de la distribución normal (Galán *et al.*, 2016; Martínez-González *et al.*, 2006).

Se evaluaron ocho modelos para estimar el Vf en función del Dn y la At (Cruz *et al.*, 2016; Gómez *et al.*, 2018; Tschieder *et al.*, 2011), así como dos funciones para modelar el d en función de Dn , At y Ai (Ramírez-Martínez *et al.*, 2018; Rentería *et al.*, 2006), los cuales han demostrado ser eficientes para estimar estas variables en estudios semejantes (tabla 1).

Tabla 1. Modelos de volumen fustal (Vf) y ahusamiento (d) evaluados para árboles de *Manilkara zapota* de bosques tropicales de Quintana Roo, México.

Ec.	Modelo	Expresión
1	Schumacher-Hall	$Vf = a_0 \cdot Dn^{a_1} At^{a_2} + \varepsilon$
2	Spurr	$Vf = a_0 \cdot (Dn^2 At)^{a_1} + \varepsilon$
3	Coficiente mórfico constante	$Vf = a_0 \cdot (Dn^2 At) + \varepsilon$
4	Honer	$Vf = \frac{Dn^2}{a_0 + a_1/At} + \varepsilon$
5	Polinomio 1	$Vf = a_0 + a_1 \cdot Dn + \varepsilon$
6	Polinomio 2	$Vf = a_0 + a_1 \cdot Dn^2 + \varepsilon$
7	Polinomio 3	$Vf = a_0 + a_1 \cdot Dn + a_2 \cdot Dn^2 + \varepsilon$
8	Polinomio generalizado	$Vf = a_0 \cdot (Dn)^{a_1} + \varepsilon$
9	Cielito 1	$d = Dn \cdot \sqrt{b_1 \cdot \left(\frac{At - Ai}{At}\right) + b_2 \cdot \left(\frac{At - Ai}{At}\right)^2 + b_3 \cdot \left(\frac{At - Ai}{At}\right)^3} + \varepsilon$
10	Cielito 3	$d = Dn \cdot \sqrt{b_1 \cdot \left(\frac{At - Ai}{At}\right) + b_2 \cdot \left(\frac{At - Ai}{At}\right)^{b_3}} + \varepsilon$

Ec.: ecuación; Dn : diámetro normal (cm); At : altura total (m); Ai : altura a distintas secciones sobre el fuste (m); Vf : volumen fustal (m³); d : diámetro a distintas secciones sobre el fuste (cm); a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 y b_3 : parámetros a ser estimados; ε : error.
Fuente: Elaboración propia.

Las funciones matemáticas se ajustaron con el programa estadístico *RStudio Version 1.1.463*® mediante la función de modelos lineales (nl) y no lineales (nls), con la técnica de máxima verosimilitud (ML) (R Core Team, 2016). En los ajustes de ahusamiento se incorporó una variable indicadora en la punta ($\vartheta = 0.001$) para mejorar la convergencia del ajuste (Uranga-Valencia *et al.*, 2015). Para corregir la potencial heterocedasticidad, durante el ajuste de Vf y d se incluyeron las variables de ponderación a los residuales de Dn^2 , $1/Dn^2$, $1/raíz(Dn^2)$, $Dn^2 At$, $raíz(Dn^2 At)$, $1/Dn^2 At$ y $1/raíz(Dn^2 At)$; con base en el procedimiento propuesto por Harvey (1976), y empleado por Parresol (1993) y Hernández-Ramos *et al.* (2017b) para ajustar funciones de d o generar sistemas compatibles de ahusamiento-Volumen comercial ($d-Vc$). El cumplimiento del supuesto de normalidad en la frecuencia de los residuales se evaluó de forma gráfica en ambas variables dependientes (da Cunha *et al.*, 2009).

El mejor modelo para estimar tanto Vf como d se seleccionó con base en varios criterios: Se consideró a la variable de ponderación que minimizara la heterocedasticidad; que todos los parámetros fueran significativos ($p = 0.05$); que presentara los mayores valores en el coeficiente de determinación (ecuación 11: R^2); los menores valores en la raíz del error cuadrático medio (ecuación 12: RMSE); y los mejores valores de verosimilitud en los criterios de Akaike, Bayesiano y su logaritmo (ecuación 13: AIC ; ecuación 14: BIC y $LogLik$) (Findley, 1991; Martínez-González *et al.*, 2006; Ramírez-Martínez *et al.*, 2018; Uranga-Valencia *et al.*, 2015). Como medida de evaluación de la precisión de los modelos, se calculó el sesgo (ecuación 15: E) y el error medio (ecuación 16: Em) (Prodan *et al.*, 1997; Tlaxcala-Méndez *et al.*, 2016).

$$\text{Coeficiente de determinación } (R^2) = \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \bar{y})^2} \right] \quad (11)$$

$$\text{Raíz del cuadrado medio del error (RMSE)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k}} \quad (12)$$

$$\text{Criterio de información Akaike (AIC)} = 2k + n \cdot \log \left(\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k} \right) \quad (13)$$

$$\text{Criterio de información Bayesiano (BIC)} = k \cdot \log(n) - 2 \cdot \log Lik \quad (14)$$

$$\text{Sesgo (E)} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - \hat{y}_i)}{n} \quad (15)$$

$$\text{Error medio (Em)} = \frac{E \cdot 100}{\bar{y}_i} \quad (16)$$

donde y_i , \hat{y}_i y \bar{y} son el volumen fustal (Vf) y ahusamiento (d), observado, estimado y promedio, respectivamente; n es el número de observaciones; k es el número de parámetros de cada ecuación; \log es el logaritmo natural; y Lik es la verosimilitud.

Después de seleccionar los mejores modelos, se verificó su desviación con respecto a los datos observados mediante un gráfico de dispersión y una regresión lineal, comparando el valor de R^2 obtenido entre ellos (Gómez *et al.*, 2018; Medina-Peralta *et al.*, 2010; Tedeschi, 2006).

Para la ecuación de ahusamiento seleccionada, con la finalidad de comparar los resultados en la estimación del volumen, se derivó la ecuación de Vf implícita mediante la integración del diámetro a distintas secciones sobre el fuste (d) con respecto a A_i como un sólido en revolución mediante la expresión (17):

$$Vf = k \int_{A_1}^{A_2} d^2 \delta A_i \quad (17)$$

donde $k = \pi/40000$ es la constante volumétrica, con $\pi = 3.1416$, y δA_i es el diferencial sobre la altura del fuste, mientras que A_1 y A_2 son las alturas que definen la integral y que pueden variar de $A_1 = 0$ hasta $A_2 = At$ (altura total).

Se realizó la comparación entre las estimaciones obtenidas al aplicar la ecuación de Vf , seleccionada como la mejor, y la expresión implícita de la función de ahusamiento ($AhusModVol$) para verificar si el modelo implícito en el ahusamiento puede ser utilizado de forma confiable en la estimación de Vf o tiene menores desviaciones que el ajuste de un modelo tradicional (tabla 1, ecuaciones 1-8).

Resultados

La estadística descriptiva de la muestra indicó un intervalo de aplicabilidad de los modelos en las categorías diamétricas de 10 cm a 85 cm, con altura total promedio de 14.5 m; el D_n presentó los valores más altos en el error típico, desviación estándar y la varianza. Además, la distribución se consideró simétrica en todas las variables, mientras que la curtosis resultó negativa para D_n y A_t , y positiva en V_f , sin problemas de desviaciones (tabla 2).

Tabla 2. Estadística descriptiva de las variables analizadas de la muestra de árboles de *Manilkara zapota* en bosques tropicales de Quintana Roo, México.

Estadístico/Variable	Diámetro normal (cm)	Altura total (m)	Volumen fustal (m ³)
Mínimo	7.70	6.65	0.0180
Máximo	84.00	22.54	4.1356
Media	36.01	14.50	0.9393
Error típico	1.2364	0.2524	0.0666
Desviación estándar	16.4495	3.3575	0.8864
Varianza de la muestra	270.5856	11.2727	0.7857
Índice de Curtosis (IC)	-0.63	-0.52	1.81
Coefficiente de asimetría (CA)	0.19	0.11	1.38

Fuente: Elaboración propia.

En el ajuste estadístico de los modelos para volumen fustal y ahusamiento, se determinó que la variable de ponderación que presentó la mejor corrección de la heterocedasticidad fue $1/\text{raíz}(D_n^2)$; ya que los resultados indican una mejor distribución de residuales, además de parámetros significativos en la mayoría de los modelos ($p = 0.05$), con excepción de a_0 y b_3 en las ecuaciones 7 y 9, respectivamente; mismas que no fueron utilizadas para el análisis posterior. Los valores del factor de forma fueron de 0.537 a 0.503 (a_0 : ecuación 2; a_1 : ecuación 5) (tabla 3), superiores al promedio de la muestra y al obtenido por la expresión que se genera al integrar la expresión de ahusamiento (10) que fue de 0.484.

Tabla 3. Valor de los parámetros de los modelos de volumen fustal (Vf) y ahusamiento (d) para *Manilkara zapota* en Quintana Roo, México.

Variable	Ec.	Parámetro	Estimación	Eea	Valor t	Pr > t
Volumen fustal (m ³)	1	a_0	0.0000694	0.00001	10.07	<0.001
		a_1	2.0010000	0.02114	94.65	<0.001
		a_2	0.7752000	0.03308	23.43	<0.001
	2	a_0	0.0000537	<0.001	10.79	<0.001
		a_1	0.9650000	0.00847	113.98	<0.001
	3	a_0	0.0000367	<0.001	217.90	<0.001
	4	a_0	347.76000	48.7200	7.14	<0.001
		a_1	21140.320	858.040	24.64	<0.001
	5	a_0	-0.8787975	0.02310	-38.04	<0.001
		a_1	0.0503063	0.00057	88.24	<0.001
	6	a_0	-0.1044000	0.01130	-9.25	<0.001
		a_1	0.0006651	0.00001	122.65	<0.001
	7	a_0	0.0379800	0.03160	1.20	0.230
		a_1	-0.0084470	0.00175	-4.82	<0.001
		a_2	0.0007692	0.00002	34.56	<0.001
	8	a_0	0.0002727	0.00002	11.01	<0.001
a_1		2.2070000	0.02247	98.20	<0.001	
Ahusamiento	9	b_1	0.5222600	0.05991	8.72	<0.001
		b_2	0.5999400	0.20930	2.87	0.004
		b_3	0.0819400	0.16158	0.51	0.612
	10	b_1	0.3846000	0.13940	2.76	0.006
		b_2	0.8097000	0.13470	6.01	<0.001
		b_3	1.7739000	0.21810	8.14	<0.001

Ec.: ecuación; Eea: error estándar aproximado; a_0 , a_1 , a_2 , b_1 , b_2 y b_3 : parámetros estimados para cada modelo; Pr >|t|: probabilidad $p > 0.05$.
Fuente: Elaboración propia.

Con base en los criterios de bondad de ajuste, se determinó que las expresiones de Schumacher-Hall (ecuaciones 1) y Cielito 3 (ecuación 10) son las más adecuadas para estimar el Vf y d , respectivamente; ya que presentaron los mejores valores en R^2 , criterios de verosimilitud (AIC , BIC y $LogLik$) y RMSE (tabla 4). El bajo valor del sesgo (E : 0.00000492 m³) y del error medio (Em : 0.00000871 m³) para Vf ratificó que el modelo 1 es el más adecuado. La integración matemática del modelo de ahusamiento 10 generó un modelo de volumen de factor de forma constante: $Vf = \frac{\pi}{40000} \cdot 0.4841994917 \cdot (Dn^2At)^1$, en el cual se observa que hay sobreestimación del Vf (figura 2), debido a que tanto su sesgo promedio como su error medio son altos ($E = -0.01246861$ m³ y $Em = -0.02206943$ m³). Por lo tanto, solo se debe usar como indicador del factor de forma de la especie y no para predecir el volumen fustal de ejemplares de *M. zapota*. Esto ratifica que para la estimación confiable del Vf se debe de utilizar la expresión de Schumacher-Hall.

Tabla 4. Estadísticos de ajuste en los modelos de volumen fustal (V_f) y ahusamiento (d) para *Manilkara zapota* en Quintana Roo, México.

Variable	Ec.	R^2	AIC	BIC	LogLik	RCME
Volumen fustal (m^3)	1	0.9355	-179.5762	-158.3933	93.7881	0.2271
	2	0.9339	-147.1418	-131.2546	76.5709	0.2297
	3	0.9332	-132.2367	-121.6453	68.1184	0.2310
	4	0.9353	-177.2516	-161.3644	91.6258	0.2274
	5	0.8410	1147.2330	1163.1200	-570.6167	0.3564
	6	0.9109	294.0877	309.9749	-144.0439	0.2668
	7	0.9123	294.1564	272.9734	-132.4867	0.2647
	8	0.9113	287.6663	303.5535	104.4750	0.2662
Ahusamiento	9	0.9517	8495.3650	8516.5480	-4243.6820	4.3063
	10	0.9518	8494.9970	8516.1800	-4243.4980	4.3058

Ec.: ecuación; R^2 : Coeficiente de determinación; AIC: Criterio de información de Akaike; BIC: Criterio de información Bayesiano; LogLik: Valor de verosimilitud; RMSE: raíz del error cuadrático medio.

Fuente: Elaboración propia.

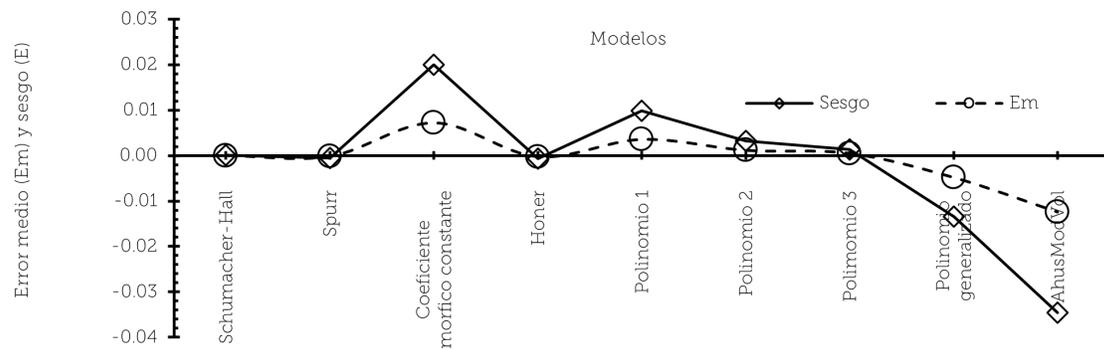


Figura 2. Errores medios y sesgos de las predicciones de los modelos de volumen fustal para *Manilkara zapota* en Quintana Roo, México.
Fuente: Elaboración propia.

El análisis gráfico de los supuestos de homocedasticidad y normalidad de los modelos seleccionados mostraron una adecuada corrección de la distribución de los residuales al incluir la ponderación de $1/\text{raíz}(Dn^2)$; cuando dicha corrección no se realiza, se observa que los errores aumentan a medida que la variable dependiente es mayor (figuras 3a y 3c), mientras que, al incluir la ponderación, se evidenció una distribución homocedástica de los residuales (figuras 2b y 2d). La frecuencia de los residuales expresados en porcentajes presentó una tendencia normal (figuras 4a y 4b), lo que evidencia el cumplimiento de los supuestos de regresión de normalidad y homocedasticidad.

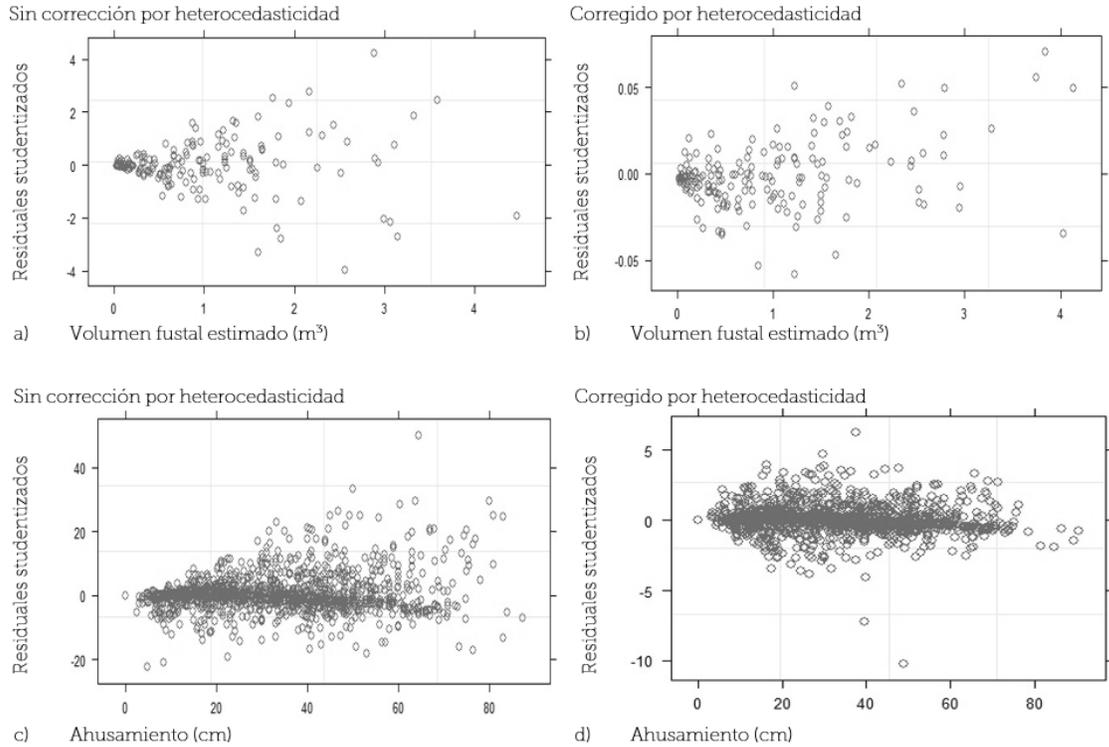


Figura 3. Distribución de residuales sin y con corrección por heterocedasticidad para los modelos de volumen fustal (V_f) (a y b) y ahusamiento (c y d), respectivamente, para *Manilkara zapota* en Quintana Roo, México.
Fuente: Elaboración propia.

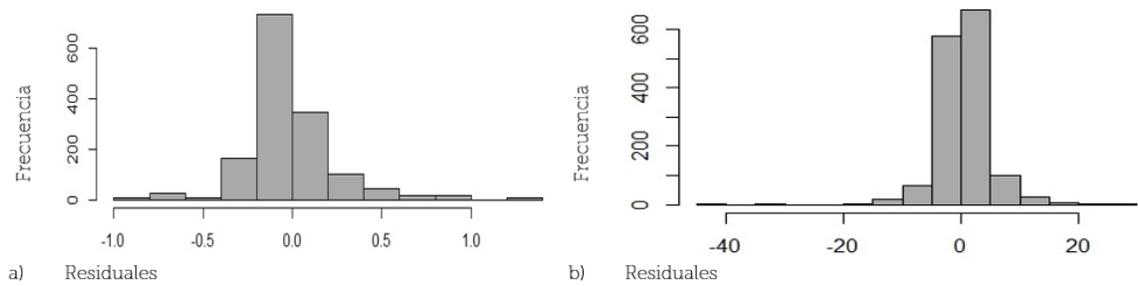


Figura 4. Pruebas gráficas de normalidad de residuales para los modelos de volumen fustal (V_f) (a) y ahusamiento (d) (b) para *Manilkara zapota* en Quintana Roo, México.
Fuente: Elaboración propia.

El contraste de las estimaciones obtenidas con los modelos de Schumacher-Hall (V_f) y Cielito 3 (d) con los datos observados reprodujo en ambos casos una tendencia de línea recta con desviación global de 6.28% para el V_f (figura 5a) y de 3.33% en el d (figura 5b). La forma de la dispersión de las estimaciones para el d con respecto a la altura en distintas secciones sobre el fuste coincidió en los perfiles fustales observados, con tendencia a la reducción del diámetro a medida que se aproxima a la A_t , sin presentar problemas de convergencia en la punta del árbol (diámetro cero); sin embargo, se observa una mayor variabilidad de forma en la sección cercana al diámetro del tocón (figura 5c). La tendencia de la estimación en el V_f concuerda con la distribución de los datos observados (figura 5d).

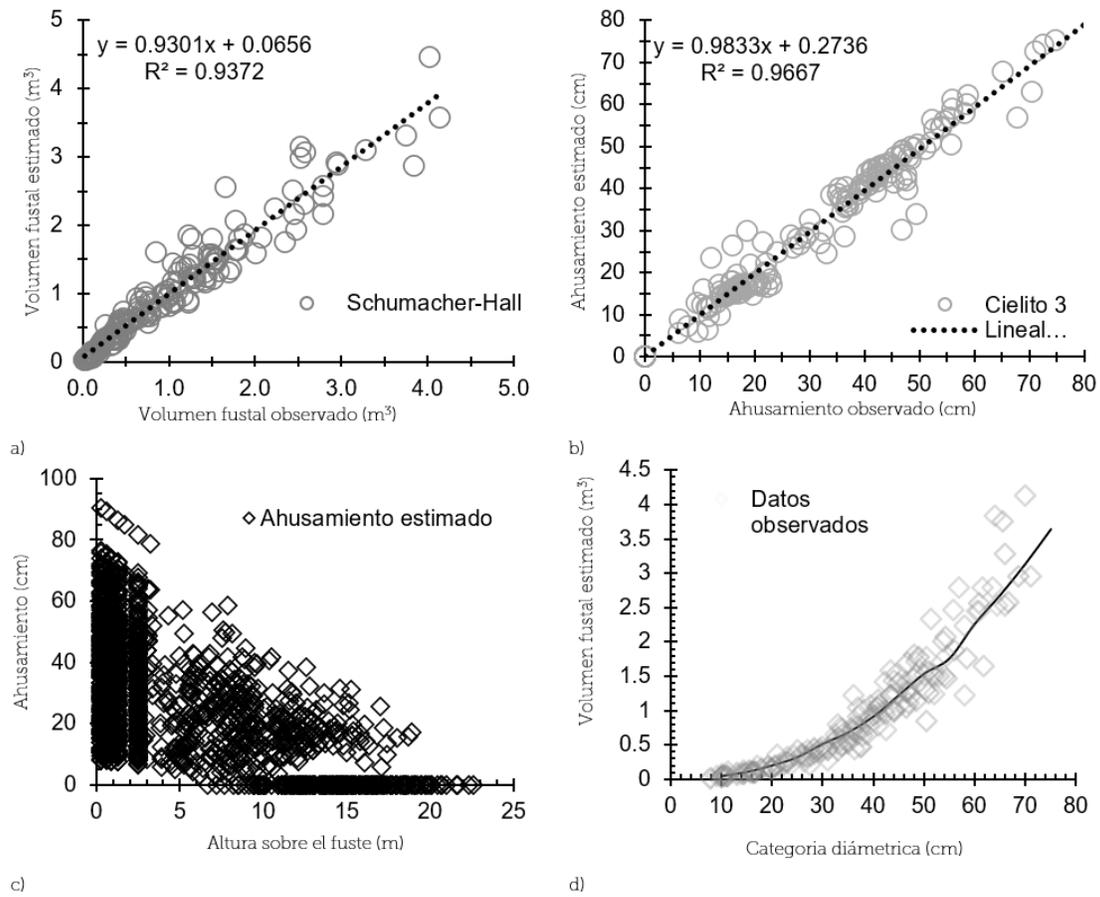


Figura 5. Datos observados vs. predichos de los modelos 1 y 10; volumen fustal (a), ahusamiento (b), tendencias de diámetros a distintas secciones sobre el fuste (c) y al usar el modelo de Schumacher-Hall (d) para árboles de *Manilkara zapota* en Quintana Roo, México.
Fuente: Elaboración propia.

De manera práctica y como una forma de identificar la dinámica de incremento y cambio en el volumen fustal (m^3) a medida que los individuos de *Manilkara zapota* aumentan sus dimensiones y, por consiguiente, se hacen más longevos, se presenta una tabla de volumen de doble entrada, considerando las distintas dimensiones de los árboles evaluados (tabla 5).

Tabla 5. Estimación de volumen fustal (m³) con el modelo de Schumacher-Hall para árboles de *Manilkara zapota* en Quintana Roo, México.

Cd/At	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
5	0.0070	0.0087	0.0104	0.0119	0.0134	0.0149	0.0163	0.0177	0.0191	0.0204
10	0.0279	0.0349	0.0415	0.0477	0.0538	0.0597	0.0654	0.0709	0.0764	0.0817
15	0.0628	0.0785	0.0933	0.1075	0.1211	0.1343	0.1472	0.1597	0.1719	0.1839
20	0.1117	0.1396	0.1659	0.1911	0.2154	0.2389	0.2617	0.2840	0.3058	0.3271
25	0.1745	0.2181	0.2593	0.2987	0.3366	0.3733	0.4090	0.4438	0.4778	0.5112
30	0.2514	0.3142	0.3735	0.4302	0.4848	0.5377	0.5891	0.6392	0.6882	0.7362
35	0.3422	0.4277	0.5084	0.5856	0.6600	0.7319	0.8019	0.8702	0.9369	1.0023
40	0.4470	0.5587	0.6642	0.7650	0.8621	0.9561	1.0475	1.1367	1.2238	1.3092
45	0.5658	0.7072	0.8407	0.9683	1.0912	1.2102	1.3259	1.4388	1.5491	1.6572
50	0.6986	0.8731	1.0380	1.1956	1.3473	1.4943	1.6371	1.7765	1.9127	2.0462
55	0.8454	1.0566	1.2561	1.4468	1.6304	1.8083	1.9811	2.1497	2.3146	2.4761
60	1.0062	1.2575	1.4950	1.7220	1.9405	2.1522	2.3579	2.5586	2.7548	2.9470
65	1.1809	1.4760	1.7547	2.0211	2.2776	2.5260	2.7675	3.0030	3.2333	3.4589
70	1.3697	1.7119	2.0352	2.3441	2.6417	2.9298	3.2099	3.4830	3.7501	4.0118
75	1.5725	1.9653	2.3365	2.6912	3.0327	3.3635	3.6851	3.9987	4.3053	4.6057
80	1.7892	2.2362	2.6585	3.0621	3.4508	3.8272	4.1930	4.5499	4.8988	5.2406
85	2.0200	2.5247	3.0014	3.4571	3.8959	4.3208	4.7338	5.1367	5.5306	5.9165

Cd: Categoría diamétrica (cm); At: Altura total (m).
Fuente: Elaboración propia.

La tabla 6 muestra la disminución del ahusamiento en los individuos a medida que sus dimensiones se acercan a la altura total y diámetro cero. De igual forma, se observa la variabilidad del diámetro a distintas secciones, propiciada por las diferentes alturas totales en una misma categoría de diámetro normal para árboles de *M. zapota*, por lo cual su proyección en la distribución de productos maderables será distintinta en cada caso.

Tabla 6. Diámetros a distintas secciones sobre el fuste (cm), estimados con el modelo Cielito 3 por categoría diamétrica al considerar varias alturas totales y de referencia sobre el fuste para árboles de *Manilkara zapota* en Quintana Roo, México.

<i>At</i>	10			15			20			25		
<i>Ai</i>	2.5	5	8	7	10	13	8	12	16	12	18	23
<i>Cd</i>	<i>d</i>											
10	8.80	6.55	3.51	6.86	4.93							
15	13.20	9.83	5.27	10.29	7.40							
20	17.60	13.10	7.03	13.72	9.87							
25	22.00	16.38	8.79	17.15	12.34	6.80	18.67	13.99	8.79			
30	26.40	19.65	10.54	20.58	14.80	8.16	22.41	16.79	10.54			
35	30.80	22.93	12.30	24.01	17.27	9.52	26.14	19.59	12.30			
40	35.20	26.20	14.06	27.44	19.74	10.88	29.88	22.39	14.06			
45	39.60	29.48	15.82	30.87	22.21	12.24	33.61	25.18	15.82			
50	44.00	32.75	17.57	34.30	24.67	13.60	37.35	27.98	17.57	33.68	21.93	9.99
55				37.73	27.14	14.96	41.08	30.78	19.33	37.05	24.12	10.99
60				41.16	29.61	16.32	44.82	33.58	21.09	40.42	26.31	11.99
65				44.59	32.08	17.68	48.55	36.38	22.84	43.79	28.51	12.99
70				48.02	34.54	19.04	52.29	39.18	24.60	47.16	30.70	13.99
75				51.45	37.01	20.40	56.02	41.97	26.36	50.52	32.89	14.99
80				54.88	39.48	21.76	59.76	44.77	28.12	53.89	35.09	15.99
85				58.31	41.95	23.12	63.49	47.57	29.87	57.26	37.28	16.99

At: altura total (m); *Ai*: altura a distintas secciones sobre el fuste (m); *Cd*: Categoría diamétrica (cm); *d*: diámetro a distintas secciones sobre el fuste (cm).

Fuente: Elaboración propia.

Discusión

En modelos de volumen fustal y ahusamiento es importante modelar la varianza del error durante el ajuste utilizando diferentes factores de ponderación, ya que esto permite corregir problemas de heterocedasticidad; así, se pueden realizar mejores estimaciones con el modelo ajustado, dado que los valores de los parámetros que se obtienen tienen varianza mínima y sus estimadores son insesgados y eficientes (Harvey, 1976; Parresol, 1993).

Los resultados de las ponderaciones realizadas para corregir la heterocedasticidad en las ecuaciones de volumen fustal y ahusamiento son similares a lo realizado por Tschieder *et al.* (2011), quienes utilizaron factores de ponderación en forma de valor recíproco, dados por el Dn y la variable combinada (Dn^2At) al ajustar ecuaciones de volumen total en *Populus deltoides* Marshall., en donde se obtuvo un menor valor al cuadrado medio del error y una distribución de la varianza homocedástica. También, los resultados son similares a lo reportado por Cruz *et al.* (2016), quienes usaron como factor de ponderación a la variable $1/Dn^k$ al ajustar un modelo de volumen total con corteza de *Arbutus spp.*, en donde se eliminó el patrón de distribución heterocedástica de la varianza. De igual forma, los resultados obtenidos concuerdan con lo reportado por Hernández-Ramos *et al.* (2018a, b), quienes evaluaron diferentes factores de ponderación al ajustar sistemas compatibles de ahusamiento-volumen comercial ($d-Vc$), así como ecuaciones de volumen fustal (Vf) y de razón de volumen (r) para *Swietenia macrophylla* King, donde obtuvieron mejores indicadores de bondad de ajuste que cuando no se usaron tales factores. Los contrastes ratifican que con la corrección implementada se mejoran sustancialmente las propiedades estadísticas y predictivas de las ecuaciones.

La explicación de la variabilidad muestral en Vf de la ecuación 1, expresada a través del R^2 (93.55%), muestra que la función utilizada es adecuada porque el valor de este estadístico es superior al referido por Alder (1980) para ser considerado un buen ajuste (>80%). Además, la alta calidad de ajuste obtenido en este trabajo es parecida a la que obtuvo Hernández-Ramos *et al.* (2017a), quienes usaron las ecuaciones 1 y 2 para estimar el Vf en tres clones de *Eucalyptus urophylla* Blake y obtuvieron valores en el R^2 superiores a 0.96, y es similar al de Gómez *et al.* (2018) al ajustar modelos de Vf para *Hevea brasiliensis* Müell Arg. y determinar un valor de $R^2 = 0.90$ con el modelo 1.

Los resultados del ajuste en el ahusamiento, los cuales muestran una explicación del 95.18% de la muestra y valores promedio en la RMSE de 4.3 cm, son similares a los reportados por Hernández-Ramos *et al.* (2016) y Ramírez-Martínez *et al.* (2018) al modelar el ahusamiento de árboles de *S. macrophylla* y *Pinus ayacahuite* Ehren, al utilizar los modelos de Biging (1984) y Cielito 3 (Rentería-Anima & Ramírez-Maldonado, 1998), respectivamente. Los autores obtuvieron valores de R^2 promedio de 96% y desviaciones de 3.2 cm. Se puede inferir que las ecuaciones 1 y 10 tienen gran flexibilidad para explicar la variabilidad muestral en distintas especies con condiciones o hábitats de crecimiento distintos.

La precisión de las estimaciones para volumen fustal, E : 0.00000492 m³, fue mejor que los valores reportados por Montalvo *et al.* (2001), quienes usaron la ecuación 1 para *Pinus occidentalis* Sw. en República Dominicana (E : 0.20 m³), y fue mejor que los valores reportados por Henry *et al.* (2004) al utilizar expresiones de volumen de tipo logarítmica para estimar el Vf de tres especies de coníferas en Cuba (E : 0.0015 m³). La ecuación 1 se ha reportado como superior con respecto a otras expresiones no lineales y lineales, lo cual puede atribuirse a su estructura matemática robusta y parsimoniosa, lo que le permite asimilar de mejor manera la variabilidad de los datos empleados.

El sesgo obtenido para el ahusamiento (E : 0.01194567 cm) fue menor al reportado por Maldonado-Ayala & Nívar (2000), quienes usaron los modelos de Biging (1984) y de Newnham (1992) en cinco pináceas de Durango, México (E : -0.11 cm y -0.42 cm, respectivamente); sin embargo, el sesgo es mayor al reportado por Hernández-Ramos *et al.* (2018a), quienes con un modelo polinómico de quinto orden aplicado en clones de *E. urophylla* en Huimanguillo, Tabasco, México, determinaron un valor de $E = 0.0017$ cm. Esta situación probablemente se debe a que en este trabajo se estudió una sola especie, mientras que en las investigaciones referidas se analizó un conjunto de especies y clones; estos últimos presentan menor variabilidad genética que se manifiesta en fenotipos uniformes, lo que redundaría y contribuye a que el sesgo sea menor.

La tendencia observada sobre la disminución del d , a medida que se acerca a la At sobre el fuste de las estimaciones de ahusamiento, es lógica y similar a la indicada por Hernández-Ramos *et al.* (2017b) y Hernández *et al.* (2018), quienes refieren que el incumplimiento de esta tendencia lógica puede ocasionar predicciones con valores negativos o sesgos considerables al estimar cualquier di y proyectar una distribución de productos.

Los valores de los factores de forma obtenidos (0.537 a 0.503, a_0 para la ecuación 2; a_1 para la ecuación 5) para estimar Vf con las ocho ecuaciones de volumen ajustadas (tabla 1) y la expresión de Vf derivada del modelo de ahusamiento (ecuación 10: $Vf = \frac{\pi}{40000} \cdot 0.4841994917 \cdot (dn^2At)^1$) de 0.484 fueron menores con respecto a los determinados por De los Santos (1976) (0.768 para volumen de fuste limpio) y por Patiño *et al.* (1994) (0.553 para Vf).

Estas diferencias probablemente se deben a que De los Santos (1976) construyó ecuaciones para volumen de fuste limpio por grupo de especies, denominadas como duras por la densidad de su madera, y en el cual se incluye a *M. zapota* (0.86 g/cm³) (Ordóñez *et al.*, 2015), mientras que los factores de forma referidos por Patiño *et al.* (1994) corresponden a especies que crecen en el estado de Campeche, en donde las condiciones de crecimiento son distintas en tipo de clima, suelo y vegetación con respecto a los bosques tropicales del centro y sur de Quintana Roo. Sin embargo, las ecuaciones propuestas por De los Santos (1976) y Patiño *et al.* (1994) han sido utilizadas con frecuencia en los programas de manejo de Quintana Roo, situación que refuerza y confirma la necesidad de desarrollar y disponer de una ecuación de volumen específica para este taxón en la entidad.

Al contrastar los factores de forma determinados con respecto a las expresiones propuestas por Vargas-Larreta *et al.* (2017) para la misma especie en el estado a nivel de Umafor, se encontró semejanza con el reportado para la Umafor 2301 (0.494), mientras que fue superior a los sugeridos para las Umafor 2302 (0.437), 2303 (0.435) y 2304 (0.407). Estas diferencias pueden ser atribuibles a las distintas condiciones medio ambientales de cada Umafor, en las que crece la especie dentro de Quintana Roo, y a la variabilidad de la muestra utilizada para su construcción.

Las diferencias encontradas entre los resultados de este trabajo con los factores de forma implícitos en cada expresión de volumen empleada en *M. zapota* por los técnicos forestales en Quintana Roo reportadas en estudios previos (De los Santos, 1976; Patiño *et al.*, 1994; Vargas-Larreta *et al.*, 2017) permiten sugerir que, antes de utilizarse, se debe de considerar cada ecuación o factor de forma analizando diversos factores tales como: el objetivo con el que fue generado cada modelo; la amplitud de aplicabilidad de la función en términos del intervalo de clases diamétricas o de altura; la calidad de la información con la que fue construida; las condiciones climáticas, escala y cobertura de la región (estatal o regional: Umafor); las especies o grupos de especie para la que fue propuesta; así como las dimensiones del arbolado en el cual se utilizará. Lo anterior permitirá minimizar errores de estimación y proyecciones de rendimiento maderable al elaborar planes de gestión forestal para la especie en el centro y sur de Quintana Roo.

Conclusión

El modelo de volumen fustal (Vf), que corresponde al de Schumacher-Hall, y el de ahusamiento (d), que corresponde al de Cielito 3, presentaron la mejor calidad de ajuste y fueron estadísticamente robustos y precisos para ser aplicados de forma confiable en árboles de *Manilkara zapota* que crecen en los bosques tropicales del centro y sur del estado de Quintana Roo. La aplicación práctica del modelo de volumen es precisamente una tabla de volumen de doble entrada, o bien, su uso directo para estimar inventarios maderables a partir de información de sitios de muestreo. Los factores de forma determinados para este

taxón, sobre todo el derivado del modelo de ahusamiento, son biológicamente más realistas y apegados a la realidad observada en la muestra analizada, por lo que pueden sustituir a los reportados el siglo pasado para esta especie, lo que evitará caer en sobrestimaciones al estimar el V_f y al proyectar distribuciones de productos maderables.

Agradecimientos

La investigación fue financiada por el gobierno del estado de Quintana Roo a través del Instituto Forestal (INFOQROO), por medio del proyecto "Estudio para realizar acciones de tablas de volúmenes de 8 especies forestales maderables" SINCOPI-INIFAP 232179Y.

Conflicto de intereses

Los autores declaramos no tener conflicto de intereses.

Referencias

- Acosta, M. M., & Carrillo, A. F. (2008). *Tabla de volumen total con y sin corteza para Pinus montezumae Lamb. en el Estado de Hidalgo. Folleto técnico No. 7.* INIFAP Campo Experimental Pachuca. <https://es.scribd.com/document/338330754/Folleto-Tecnico-No-7-PDF>
- Alder, D. (1980). *Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial en los trópicos. Predicción del rendimiento.* FAO. <http://www.fao.org/3/ap354s/ap354s.pdf>
- Bailey, R. L. (1995). Upper-stem volumes from stem-analysis data: An overlapping bolts method. *Canadian Journal of Forest Research*, 25(1), 170-173. doi: <https://doi.org/10.1139/x95-020>
- Biging, G. S. (1984). Taper Equations for Second-Growth Mixed Conifers of Northern California. *Forest Science*, 14(4), 1103-1117. doi: <https://doi.org/10.1093/forestscience/30.4.1103>
- Cruz, F., Mendía, R., Jiménez, A. A., Nájera, J. A., & Cruz, F. (2016). Ecuaciones de volumen para *Arbutus spp.* (madroño) en la región de Pueblo Nuevo, Durango. *Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes*, 68(2016), 41-47. doi: <https://doi.org/10.33064/iycuaa2016681954>
- da Cunha, T. A., Vargas, J. L., & Escalier, M. (2009). *Ajuste y selección de modelos de regresión para estimar el volumen total de árboles.* FOMABO University of Copenhagen. https://www.researchgate.net/publication/236657148_Ajuste_y_seleccion_de_modelos_de_regresion_para_estimar_el_volumen_total_de_arboles_Autores_Thiago_Augusto_da_Cunha_Cochabamba_Bolivia
- Findley, D. F. (1991). Counterexamples to parsimony and BIC. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 43, 505-514. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00053369>
- De los Santos, M. (1976). *Tablas de volúmenes para montes de la Península de Yucatán* (Tesis Profesional). Escuela Nacional de Agricultura. Departamento de Enseñanza, Investigación y Servicio en Bosques.
- Galán, J., Feregrino, J., Ruíz, L. A., Quintana, L., Mendoza, M. A., & Rosales, R. A. (2016). *Econometría aplicada utilizando R.* Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM, Naucalpan de Juárez, Estado de México. http://saree.com.mx/econometriaR/sites/default/files/Ebook_econometriaR.pdf
- Gallegos, A., Sánchez, M., González, G. A., Román, L., Hernández, E., & Mora, A. (2012). *Diagnóstico del potencial, productividad y manejo de especies nativas maderables tropicales con alto potencial comercial.* Universidad de Guadalajara, Centro Universitario de Ciencias Biológicas y Agropecuarias, Departamento de Producción Forestal. Guadalajara, Jalisco, México. http://www.itto.int/files/itto_project_db_input/2596/Technical/Capitulo%20%20Diagn%C3%B3stico%20del%20potencial,%20productividad%20y%20manejo%20de%20especies%20nativas%20maderables.pdf
- Gómez, J. P., Domínguez-Domínguez, M., Martínez-Zurimendi, P., & Ramírez, G. (2018). Ecuaciones de volumen para estimar la producción maderable de *Hevea brasiliensis* Müell Arg. en plantaciones de etapas adulta y vejez. *Madera y Bosques*, 24(2), e2421867. doi: <https://doi.org/10.21829/myb.2018.2421867>

- Harvey, A. C. (1976). Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica*, 44(3), 461-465. doi: <https://doi.org/10.2307/1913974>
- Henry, P. P., Sánchez, O., & García, J. M. (2004). Tablas de cubicación de madera en trozas para las especies de coníferas de Pinar del Río. *Revista Forestal Baracoa*, 23(2), 93-101. <https://agris.fao.org/agris-search/search.do?recordID=CU2010800126>
- Hernández, D., De los Santos, H. M., Ángeles, G., Valdez, J. R., & Volke, V. H. (2013). Funciones de ahusamiento y volumen comercial para *Pinus patula* Schltdl. et Cham. en Zacualtipán, Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 4(16), 34-45. doi: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v4i16.439>
- Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdéz-Lazalde, J. R., Tamarit-Urias, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A., Méndez-López, B., & Peduzzi, A. (2017a). Estimación del volumen comercial en plantaciones de *Eucalyptus urophylla* con modelos de volumen total y de razón. *Agrociencia*, 51(5), 561-580. <https://agrociencia-colpos.mx/index.php/agrociencia/article/view/1311/1311>
- Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdez-Lazalde, J. R., Tamarit-Urias, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A., Peduzzi, A., & Carrero, O. (2017b). Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Tabasco, México. *Acta Universitaria*, 27(6), 40-52. doi: <https://doi.org/10.15174/au.2017.1484>
- Hernández-Ramos, J., De los Santos-Posadas, H. M., Valdéz-Lazalde, J. R., Tamarit-Urias, J. C., Ángeles-Pérez, G., Hernández-Ramos, A., & Peduzzi, A. (2018a). Funciones de ahusamiento para clones de *Eucalyptus urophylla* establecidos en plantaciones comerciales en Huimanguillo, Tabasco, México. *Agrociencia*, 52(7), 1013-1029. <https://agrociencia-colpos.mx/index.php/agrociencia/article/view/1719>
- Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., Martínez-Salvador, M., & García-Espinoza, G. G. (2016). Funciones de perfil para árboles de *Swietenia macrophylla* King en Quintana Roo, México. *Revista Mitigación del Daño Ambiental Agroalimentario y Forestal de México*, 2(2), 151-157. <https://docplayer.es/96578015-Issn-revista-mitigacion-del-dano-ambiental-agroalimentario-y-forestal-de-mexico.html>
- Hernández-Ramos, J., Hernández-Ramos, A., García-Cuevas, X., Tamarit-Urias, J. C., Martínez-Ángel, L., & García-Magaña, J. (2018b). Ecuaciones de volumen total y de razón para estimar el volumen comercial de *Swietenia macrophylla* King. *Colombia Forestal*, 21(1), 34-46. doi: <https://doi.org/10.14483/2256201X.11965>
- Hernández, J., Hernández, A., García, X., Martínez, L., Tamarit, J. C., & García, G. G. (2018). Sistema compatible de ahusamiento-volumen comercial para *Swietenia macrophylla* King (caoba) en Quintana Roo, México. *Madera y Bosques*, 24(3), e2431441. doi: <https://doi.org/10.21829/myb.2018.2431441>
- Maldonado-Ayala, D., & Nívar, J. (2000). Ajuste de funciones de ahusamiento de cinco especies de pino en plantaciones en la región del Salto, Durango, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 6(2), 159-164. <https://revistas.chapingo.mx/forestales/revista/articulos/viewer.html?file=rchscfaVI336.pdf>
- Martínez-González, M. A., Sánchez-Villegas, A., & Faulin-Fajardo, J. (2006). *Bioestadística amigable* (2ª Ed.). Editorial Díaz de Santos. España. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=296656>
- Medina-Peralta, S., Vargas-Villamil, L., Navarro-Alberto, J., Canul-Pech, C., & Peraza-Romero, S. (2010). Comparación de medidas de desviación para validar modelos sin sesgo, sesgo constante o proporcional. *Universidad y Ciencia*, 26(3), 255-263. <http://www.scielo.org.mx/pdf/uc/v26n3/v26n3a5.pdf>
- Montalvo, J. M., Bueno, S., & Gilberto, J. (2001). Ecuación para el cálculo del volumen del árbol para *Pinus occidentalis* Sw., en el Plan Sierra, República Dominicana. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 7(1), 49-53. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?idp=1&id=62970107&cid=21627>
- Newnham, R. M. (1992). Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Canadian Journal of Forest Research*, 22(2), 210-223. doi: <https://doi.org/10.1139/x92-028>
- Ordóñez, J. A. B., Galicia, A., Venegas, N. J., Hernández, T., Ordóñez, M. J., & Dávalos-Sotelo, R. (2015). Densidad de las maderas mexicanas por tipo de vegetación con base en la clasificación de J. Rzedowski: Compilación. *Madera y Bosques*, 21(Número especial), 77-126. doi: <https://doi.org/10.21829/myb.2015.210428>
- Parresol, B. R. (1993). Modeling multiplicative error variance: An example predicting tree diameter from stump dimensions in baldcypress. *Forest Science*, 39(4), 670-679. doi: <https://doi.org/10.1093/forestscience/39.4.670>

- Patiño, V. F., López, T. J. L., & Gómez, A. D. (1994). *Selva (versión 4). Paquete de cómputo para procesar datos de inventarios forestales para especies de la península de Yucatán*. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP).
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal*. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA). <https://repositorio.iica.int/handle/11324/15038>
- R Core Team (2016). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. <http://www.R-project.org/>
- Ramírez-Martínez, A., Santiago-García, W., Quiñonez-Barraza, G., Ruiz-Aquino, F., & Antúnez, P. (2018). Modelación del perfil fustal y volumen total para *Pinus ayacahuite* Ehren. *Madera y Bosques*, 24(2), e2421496. doi: <https://doi.org/10.21829/myb.2018.2421496>
- Rentería-Anima, J. B., & Ramírez-Maldonado, H. (1998). Sistema de cubicación para *Pinus cooperi* Blanco mediante ecuaciones de ahusamiento en Durango. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 4(2), 315-321. <https://revistas.chapingo.mx/forestales/?section=articles&subsec=issues&numero=213&articulo=2146>
- Rentería, A. J. B., Ramírez, M. H., & Zamudio, S. F. (2006). Sistema de cubicación para *Pinus cooperi* Blanco mediante ecuaciones de ahusamiento en San Dimas, Durango. En CEVAG, *El Sitio Permanente de Experimentación Forestal (SPEF) "Cielito Azul" a 40 años de su establecimiento*. Publicación Especial Núm. 23. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (Inifap). 135 p.
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat). (2016). *Anuario Estadístico de la Producción Forestal 2016*. Semarnat. <https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/282951/2016.pdf>
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat). (2018). *Consulta temática: Producción forestal maderable*. Semarnat. http://dgeiawf.semarnat.gob.mx:8080/ibi_apps/WFServlet?IBIF_ex=D3_RFORESTA04_01&IBIC_user=dgeia_mce&IBIC_pass=dgeia_mce&NOMBREENTIDAD=* &NOMBREANIO=*
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales-Comisión Nacional Forestal (Semarnat-Conafor). (2014). *Inventario Estatal Forestal y de Suelos - Quintana Roo 2013. Colección de inventarios estatales forestales y de suelos 2013-2014*. Editorial Prometeo S.A. de C.V. Guadalajara, Jalisco. http://187.218.230.30/filesconafor/userfiles/IEFyS/IEFyS_Quintana_Roo_2013/IEFyS_Quintana_Roo_2013.pdf
- Tedeschi, L. O. (2006). Assessment of the adequacy of mathematical models. *Agricultural Systems*, 89(2-3), 225-247. doi: <https://doi.org/10.1016/j.agsy.2005.11.004>
- Tlaxcala-Méndez, R. M., De los Santos-Posadas, H. M., Hernández-de la Rosa, P., & López-Ayala, J. L. (2016). Variación del factor de forma y el ahusamiento en procedencias de cedro rojo (*Cedrela odorata* L.). *Agrociencia*, 50(1), 89-105. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-31952016000100089
- Tschieder, E. F., Fassola, H. E., & García, M. (2011). Ecuaciones de volumen total para *Populus deltoides* de plantaciones del bajo delta del Paraná. *Revista de Investigaciones Agropecuarias*, 37(2), 172-179. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3962745>
- Uranga-Valencia, L. P., De los Santos-Posadas, H. M., Valdéz-Lazalde, J. R., López-Upton, J., & Navarro-Garza, H. (2015). Volumen total y ahusamiento para *Pinus patula* Schiede ex Schltdl. et Cham. en tres condiciones de bosque. *Agrociencia*, 49(7), 787-801. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-31952015000700007
- Vargas-Larreta, B., Corral-Rivas, J. J., Aguirre-Calderón, O. A., López-Martínez, J. O., De los Santos-Posadas, H. M., Zamudio-Sánchez, F. J., Treviño-Garza, E. J., Martínez-Salvador, M., & Aguirre-Calderón, C. G. (2017). SiBiFor: Sistema Biométrico Forestal para el manejo de los bosques de México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 23(3), 437-455. doi: <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2017.06.040>